

**Università degli Studi Roma Tre**  
**Corso di Laurea in Matematica, A.A. 2009/2010**  
**AL9 - Teoria dei Gruppi - Francesca Tartarone**  
Esercizi - 11 Novembre 2009

**Esercizio 1.** Determinare il numero dei  $p$ -Sylow di  $S_p$ . Utilizzare il risultato per dimostrare la formula di Wilson:

$$(p-1)! \equiv -1 \pmod{p}$$

**Esercizio 2.** Se  $p > 2$  è il più piccolo divisore di  $|G|$  ed esiste un  $p$ -Sylow  $P$  di ordine  $p^2$  e normale in  $G$ , allora  $P \subseteq Z(G)$ .

**Esercizio 3.** Un gruppo di ordine 108 ha un sottogruppo normale di ordine 9 o 27.

**Esercizio 4.** Un gruppo di ordine 24 nel quale il normalizzante  $N$  di un 3-Sylow ha ordine 6 è isomorfo ad  $S_4$ .

**Esercizio 5.** Dimostrare che un gruppo di ordine 30 ha un solo 5-Sylow.