GE4 - a.a. 2002/03
Seconda prova di esonero - 13/1/2003

Non è consentito consultare libri né appunti. Durante la prova non si può uscire.

1. (10 punti) Sia $S \subset \mathbf{E}^3$ la sfera di centro l'origine e raggio $r > 0$. Determinare nel punto $P = (0, 0, -r)$ una base ortonormale del piano tangente ad S costituita da versori appartenenti a direzioni principali di S in P. Completare tale base ad una base ortonormale di $\mathbf{E}^3$ positivamente orientata.

2. (10 punti) Si consideri la superficie $S \subset \mathbf{E}^3$ parametrizzata da

$$\varphi(t, s) = (cos(t), (1 - 2s)sin(t), 1 - 2s) \qquad \forall (t, s) \in (0, \pi) \times \mathbf{R}$$

Dopo aver verificato che φ è una parametrizzazione classificare i punti di S.

3. (10 punti) Si consideri la superficie S parametrizzata da

$$\varphi(t, s) = (t, s, t^3 - 3ts^2) \qquad \forall (t, s) \in \mathbf{R}^2$$

Nei punti $p \in \{\varphi(t, -t) : t \in \mathbf{R}\}$ determinare il versore normale definito da φ, le matrici della prima e della seconda forma fondamentale e dell'operatore forma rispetto alla base di $T_p(S)$ determinata da φ.