Università degli Studi Roma Tre - Corso di Laurea in Matematica

Tutorato di GE220

A.A. 2010-2011 - Docente: Prof. Edoardo Sernesi

Tutori: Filippo Maria Bonci, Annamaria Iezzi e Maria Chiara Timpone

Tutorato 7 (12 Maggio 2011)

1. Classificare le superfici definite dai seguenti poligoni etichettati:
   - $abacb^{-1}c^{-1}$;
   - $a_1a_1^{-1}a_2a_2^{-1}\cdots a_{2g-1}a_{2g-1}^{-1}a_{2g}a_{2g}^{-1}$;
   - $a_1a_2\cdots a_g a_1 a_2\cdots a_g$;
   - $a_1a_2\cdots a_g a_1^{-1}a_2^{-1}\cdots a_g^{-1}$;
   - $a_1a_2\cdots a_g a_g^{-1}a_{g-1}^{-1}\cdots a_1^{-1}$;
   - abc, bde, $c^{-1}df$, $e^{-1}fa$;

2. Dimostrare che se ogni punto di uno spazio topologico X possiede un intorno connesso allora le componenti connesse in X sono aperte.

3. Dimostrare che ogni ricoprimento aperto di uno spazio topologico a base numerabile X ammette un sottoricoprimento numerabile.

4. Dimostrare il seguente risultato:
   Sia X uno spazio che soddisfi il secondo assioma di numerabilità e $\pi : X \to Y$ una mappa quoziente. Se Y è localmente euclideo, allora anche Y soddisfa il secondo assioma di numerabilità.
   (Sugg.: utilizzare l'esercizio precedente)

5. Sia X uno spazio topologico, $K \subset X$ un sottoinsieme chiuso e $U \subset X$ un aperto contenente K. Dimostrare che, se X e $U \setminus K$ sono connessi, allora anche $X \setminus K$ è connesso.

6. Siano M una varietà topologica connessa di dimensione maggiore di 1 e $K \subseteq M$ un sottoinsieme finito contenuto in una carta locale. Dimostrare che $M \setminus K$ è connesso.
   (Sugg.: utilizzare l'esercizio precedente)

7. aDimostrare che se $\{C_i\}_{i\in I}$ è una famiglia di compatti in uno spazio di Hausdorff tale che l'intersezione degli elementi di ogni sottofamiglia finita è non vuota allora $\bigcap_{i\in I} C_i \neq \varnothing$.