Universitá degli Studi Roma Tre - Corso di Laurea in Matematica

Tutorato di Ge110-20 Aprile 2011

A.A. 2010-2011 - Docente: Prof. Edoardo Sernesi
Tutori: Dario Giannini e Massimo De Mauri

TUTORATO 6
20 APRILE 2011

1. Dire se $S = ((3;3;2), \{(5;5;2);(2;2;3);(4;3;2)\})$ è un sistema di riferimento affine di $A_3(\mathbb{R})$. Trovare (oppure spiegare perché non è possibile) le coordinate affini di $(1;1;1)$ rispetto ad S.

2. Utilizzando la regola di Cramer, risolvere i seguenti sistemi (h è un parametro reale):

$$\begin{cases} -2x+y+z=-1 \\ x-z=1 \\ 5x-2y-z=-1 \end{cases}, \quad \begin{cases} hx+(2h-1)y=2 \\ x+hy=1 \end{cases}$$

(Attenzione: discutere il secondo sistema anche per i valori di $h \in \mathbb{R}$ per cui non è utilizzabile la regola di Cramer.)

3. Discutere la risolubilità dei sistemi lineari $AX = B$ al variare del parametro $k \in \mathbb{R}$, specificando il numero di soluzioni nei vari casi. Nei casi in cui il sistema sia risolubile, calcolarne le soluzioni (se la soluzione è unica utilizzare Cramer).

$$A_1 = \begin{pmatrix} k & 0 & 1 \\ 3 & 2k & -2 \\ 0 & 2 & 1 \end{pmatrix}, B_1 = \begin{pmatrix} k^2-1 \\ 2k-2 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$A_2 = \begin{pmatrix} k & -k & 0 & 1 \\ 1 & -2 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & k & 1 \end{pmatrix}, B_2 = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$A_3 = \begin{pmatrix} 1 & k & 1 \\ 1 & k & 1 \\ k & 1 & 1 \end{pmatrix}, B_3 = \begin{pmatrix} 2k-1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$A_4 : \begin{pmatrix} k & 2 \\ 1 & -k \\ 3 & k-1 \end{pmatrix}, B_4 = \begin{pmatrix} k \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$A_5 = \begin{pmatrix} 1 & 1 & k \\ k+1 & 1 & -1 \\ k & 0 & 1 \end{pmatrix}, B_5 = \begin{pmatrix} -k \\ 0 \\ -2 \end{pmatrix}.$$

4. Discutere al variare dei parametri reali a e b e risolvere i seguenti sistemi lineari $AX = B$ (se i sistemi ammettono una sola soluzione utilizzare Cramer):

$$A_1 = \begin{pmatrix} 1 & a & 0 \\ a+1 & 2 & a+2 \\ 1 & a & a+2 \end{pmatrix}, B_1 = \begin{pmatrix} 2 \\ 3b-2 \\ b+2 \end{pmatrix}$$

$$A_2 = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ a^2 & 0 & a \\ 2 & a & -4 \end{pmatrix}, \; B_2 = \begin{pmatrix} b+2 \\ b \\ b^2 \end{pmatrix}$$

$$A_3 = \begin{pmatrix} 1 & a & a \\ 1 & 0 & a^2 \\ 0 & a+1 & -3 \end{pmatrix}, \; B_3 = \begin{pmatrix} b(b+1) \\ b(b-2) \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$A_4 = \begin{pmatrix} 1 & a & 0 & -a \\ a & 0 & 2 & 0 \\ 1 & a & 1 & a \end{pmatrix}, \; B_4 = \begin{pmatrix} b+1 \\ b+4 \\ b+1 \end{pmatrix}.$$

5. Considerare la matrice $W := \begin{pmatrix} a_0 & a_1 & a_2 & a_3 & \dots & a_n \\ -1 & x & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & -1 & x & 0 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & \dots & \dots & 0 & -1 & x \end{pmatrix}$ e mostrare che $Det(W) = a_0x^n + a_1x^{n-1} + \cdots + a_{n-1}x + a_n$