Universitá degli Studi Roma Tre - Corso di Laurea in Matematica

Tutorato di Ge110-7 Aprile 2011

A.A. 2010-2011 - Docente: Prof. Edoardo Sernesi
Tutori: Dario Giannini e Massimo De Mauri

Tutorato 5
7 Aprile 2011

1. Verificare con un esempio che $det(A+B) \neq (detA + detB)$.

2. Sia A in $M_n(\mathbb{R})$ allora verificare che:

   (a) Se A ha una colonna nulla il determinante di A è nullo;

   (b) Se B in $M_n(\mathbb{R})$ è ottenuto da A sommando ad una sua riga (colonna) un multiplo scalare di un'altra riga (colonna) $\rightarrow det(B) = det(A)$.

3. Si calcoli determinante e rango delle seguenti matrici:
$A := \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 1 & 3 & 2 \\ 2 & 5 & 3 \end{pmatrix}, B := \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}, C := \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ -1 & 2 & 2 \\ 1 & -1 & -1 \end{pmatrix}, D :=$
$\begin{pmatrix} 1 & 3 & -1 \\ 2 & 1 & -1 \\ 2 & -1 & 0 \end{pmatrix}, E := \begin{pmatrix} 1 & -2 & -1 \\ 2 & 0 & 2 \\ -1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$

4. Determinare se le matrici dell'esercizio precedente sono invertibili e in tal caso calcolarne l'inversa.

5. Calcolare il rango delle matrici A e B al variare di $a \in \mathbb{R}$:
$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & 1 & 0 \\ 2 & 0 & a & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & a & 1 \\ 2 & 0 & a \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$

6. Date le matrici:$A := \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & -1 \\ 0 & -1 & a^2-2 \end{pmatrix} X := \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} B := \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ a \end{pmatrix}$ determinare le soluzioni del sistema lineare $AX = B$, al variare di $a \in \mathbb{R}$.

7. Utilizzando il teorema di Rouché-Capelli dire quante sono le soluzioni dei seguenti sistemi lineari ed esplicitarle quando possibile:

   $2x - y = 2$,

   $\begin{cases} x + y - z = 1 \\ 2x + 2y + z = 0 \\ x + y + 2z = -1 \end{cases}$,

$$\begin{cases} -2x+y+z=1 \\ x-2y+z=-2 \\ x+y-2z=4 \end{cases},$$

$$\begin{cases} 2x-y-z-4t=9 \\ 4x-3z-t=0 \\ 8x-2y-5z-9t=18 \end{cases},$$

$$\begin{cases} x+y+z+t=1 \\ x+y+2z=3 \\ 2x+2y+3z+t=7 \end{cases},$$

$$\begin{cases} x+z=-2 \\ 2x+y+t=-1 \\ -y-2t-2z=2 \\ 3x-3y+z+t=1 \end{cases}.$$