Università degli Studi Roma Tre - Corso di Laurea in Matematica

Tutorato di GE110- 16 Marzo 2011

A.A. 2010-2011 - Docente: Prof. E. Sernesi
Tutori: Dario Giannini e Massimo De Mauri

TUTORATO 2
16 MARZO 2011

1. Determinare quali dei seguenti sottoinsiemi sono sottospazi vettoriali:
   - $\{(a,b,c,d) \in \mathbb{R}^4 | a+b=1\}$.
   - $\{(a,b,c) \in \mathbb{R}^3 | a^2-b^2=0\}$.
   - $\left\{ \begin{pmatrix} a & b \\ a & 0 \end{pmatrix} | a,b \in \mathbb{R} \right\}$.

2. Le seguenti cinque matrici sono matrici dei coefficienti di sistemi di equazioni lineari. Di ciascuna matrice, cosa si puó dire riguardo al numero di soluzioni del sistema corrispondente?
   a) quando si ha $b_1 = \cdots = b_m = 0$.
   b) per il generico insieme $b_1 \dots b_m$?
   - $\begin{pmatrix} 1 & 4 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$
   - $\begin{pmatrix} 1 & 4 & 3 \\ 2 & 1 & 0 \end{pmatrix}$
   - $\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 4 \\ 0 & 3 \end{pmatrix}$
   - $\begin{pmatrix} 1 & 4 & 3 \\ 2 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$
   - $\begin{pmatrix} 1 & 4 & 3 \\ 2 & 1 & 0 \\ 0 & 7 & 6 \end{pmatrix}$

3. Determinare l'inversa delle seguenti matrici:
   a) $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ -1 & 2 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$
   b) $B = \begin{pmatrix} 1 & -4 & -4 \\ 0 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

c) Calcolare l'inversa di AB senza calcolare AB.

d) Calcolare poi l'inversa di BA senza calcolare BA.

4. Svolgere i seguenti sistemi:

a) $\begin{cases} x+y+z=3 \\ 2x+y+z=2 \\ x+3y+2z=2 \end{cases}$

b) $\begin{cases} 2x-y+z-2=0 \\ x+2y-3z=0 \\ x+y+z=3 \end{cases}$

c) $\begin{cases} x+2y-z+t+1=0 \\ 2x-y+z-t=0 \\ 3x-4y+3z-3t-1=0 \end{cases}$

d) $\begin{cases} x-2y+t=-2 \\ -x+3y-2t=5 \\ y+z+2t=3 \\ x-2y+z+5t=-3 \end{cases}$

e) $\begin{cases} x-3y+2z=-1 \\ -x+2y+z=0 \\ -y+3z=2 \\ 2x-3y-5z=-2 \end{cases}$

f) $\begin{cases} x+z=1 \\ x+y=0 \\ 2x-2y+4z=2 \end{cases}$

5. Scrivere la seguente matrice come prodotto di matrici elementari:

$\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$