Universitá degli Studi Roma Tre - Corso di Laurea in Matematica

Tutorato di Ge110-25 Maggio 2011

A.A. 2010-2011 - Docente: Prof. Edoardo Sernesi
Tutori: Dario Giannini e Massimo De Mauri

TUTORATO 10
25 MAGGIO 2011

1. (a) Dire se la funzione che ad ogni matrice di $M_{3\times 3}(\mathbb{R})$ associa il suo determinante è un'applicazione lineare di $M_{3\times 3}(\mathbb{R})$ in $\mathbb{R}$.

   (b) Dire se la funzione di $\mathbb{R}^{3,3}$ in $\mathbb{R}$ che ad ogni matrice associa la sua traccia è un'applicazione lineare. In caso positivo, stabilire se é suriettiva e determinarne il nucleo.
   La traccia di una matrice quadrata $n \times n$ è la somma degli elementi sulla diagonale principale:
   $se M = (m_{ij}) \in M_{3\times 3}(\mathbb{R}) \Rightarrow Tr(M) := \sum_{i=0}^{n} m_{ii})$.

2. Trovare gli autovalori e gli autovettori delle seguenti matrici:
   $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 1 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 2 \end{pmatrix}$;

   $B = \begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 \\ 1 & 1 & 1 \\ -1 & 1 & 5 \end{pmatrix}$;

   $C = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & 0 \\ 2 & 0 & -1 \end{pmatrix}$;

   $D = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 & 0 \\ -1 & 2 & -1 & 0 \\ 0 & -1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$;

   $E = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & -1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$.
   Stabilire poi se sono o meno diagonalizzabili.

3. Data la matrice:
   $A = \begin{pmatrix} a & 2 & a-1 \\ -3 & 5 & -2 \\ -4 & 4 & -1 \end{pmatrix}$; $a \in \mathbb{R}$,

   i) Determinare per quali valori del parametro a la matrice A ammette l'autovalore $\lambda = 1$.
   ii) Posto $a = 0$, esistono 3 autovettori di A linearmente indipendenti?

4. Data la seguente matrice:
$$A = \begin{pmatrix} 0 & h & h \\ 1 & h^2-h & 1 \\ h-1 & 0 & h-1 \end{pmatrix}; \; h \in \mathbb{R},$$
Trovare il valore di h per cui A abbia rango minore di 3.
Posto $h = 1$ nella matrice A:
   (a) Determinare autovalori ed autovettori di A;
   (b) A é diagonalizzabile?
5. Calcolare il polinomio caratteristico della matrice:
$$\begin{pmatrix} 4 & 4 & 4 & 4 & 4 \\ 4 & 4 & 4 & 4 & 4 \\ 4 & 4 & 4 & 4 & 4 \\ 4 & 4 & 4 & 4 & 4 \\ 4 & 4 & 4 & 4 & 4 \end{pmatrix}$$
6. Si consideri la matrice simmetrica:
$$A = \begin{pmatrix} 2 & -2 & -1 \\ -2 & 5 & 2 \\ -1 & 2 & 2 \end{pmatrix};$$
   (a) Decidere se A è invertibile e, in caso affermativo, determinare A^{-1};
   (b) Calcolare gli autovalori e gli autospazi di A;
   (c) Determinare una matrice P tale che $P^{-1}AP = D$, dove D è una matrice diagonale.
7. Sia T l'endomorfismo di $\mathbb{R}^3$ la cui matrice rappresentativa rispetto alla base canonica è:
$$A = \begin{pmatrix} -4 & -1 & 3 \\ -6 & 1 & 3 \\ -12 & -2 & 8 \end{pmatrix}$$
   (a) Verificare che A ammette base diagonalizzante $\underline{d}$ e trovarne una.
   (b) Calcolare $M_{\underline{d}}(T)$.
   (c) calcolare P tale che $M_{\underline{d}}(T) = P^{-1}M_e(T)P$.