

Università degli Studi di Roma Tre
Corso di Laurea in Matematica
a.a. 2008/2009
Geometria I – Esercizi 1

Esercizio 1. Se A, B sono insiemi non vuoti, si denoti con B^A l'insieme delle funzioni $f : A \rightarrow B$. Si considerino i seguenti insiemi

$$X := \{f \in \mathbb{R}^{\mathbb{N}} : f(n) = 0, \text{ per ogni } n \text{ pari} \}$$

$$Y := \{f \in \mathbb{R}^{\mathbb{N}} : f(0) = 1, f(1) = 0\}$$

$$Z := \{f \in \mathbb{R}^{\mathbb{N}} : f(n) \geq 0, \text{ per ogni } n \text{ pari} \}.$$

Si stabilisca, motivando la risposta, se X, Y, Z sono spazi vettoriali su \mathbb{R} , con le operazioni indotte da $\mathbb{R}^{\mathbb{N}}$.

Esercizio 2. Siano dati i seguenti sottoinsiemi

$$X := \left\{ \begin{pmatrix} t+u \\ t \end{pmatrix} : t, u \in \mathbb{R} \right\}$$

$$Y := \left\{ \begin{pmatrix} t+u \\ t \end{pmatrix} : t, u \in [-1, 1] \right\}$$

$$Z := \mathbb{Z}^2.$$

di \mathbb{R}^2 . Si stabilisca se X, Y, Z sono spazi vettoriali su \mathbb{R} , con le operazioni indotte da \mathbb{R}^2 .

Esercizio 3. Si considerino le matrici

$$A := \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 0 & -5 & -2 \\ -1 & 1 & 0 \end{pmatrix} \quad B := \begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 2 & 1 & 2 \\ -5 & -3 & -5 \end{pmatrix} \in M_3(\mathbb{R}).$$

Si stabilisca se $A, AB^2 \in \text{GL}_3(\mathbb{R})$ e se $A, AB^2 \in \text{O}_3(\mathbb{R})$.