

corso GE1 - a.a. 07/08 - Appello B (1/7/08)

1) Sia

$$W = \{(x, y, z, t) \in \mathbf{R}^4 : x = 0, y = 0\}$$

e

$$U_k = \{(x, y, z, t) \in \mathbf{R}^4 : x + y + 2z = 0, x - y + z + kt = 0\}$$

Verificare che W e U_k sono sottospazi vettoriali di \mathbf{R}^4 per ogni valore di $k \in \mathbf{R}$. Stabilire per quali valori di k si ha $\mathbf{R}^4 = W \oplus U_k$.

2) Determinare, al variare del parametro reale a , le soluzioni reali del seguente sistema di equazioni lineari, usando il metodo di Kronecker-Rouché-Capelli:

$$\begin{array}{cccc} aX & & +Z & = 0 \\ 5X & +3Y & -aZ & = 6 \\ X & +Y & +Z & = 2 \end{array}$$

3) Studiare la diagonalizzabilità della matrice:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 2 & a \\ 0 & 0 & 2 & b \\ 0 & 0 & 1 & c \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

in funzione dei parametri reali a, b, c .

4) Sia \mathbf{A} uno spazio affine reale di dimensione 3 in cui sia assegnato un riferimento affine. Si considerino le rette:

$$r : X = 2Y = Z + 1, \quad s : 3X = Y + 1 = 2Z - 19$$

Determinare un'equazione cartesiana del piano Σ contenente la retta r e parallelo alla retta s .