

corso GE1 - a.a. 06/07 - Appello del 14/6/07

1) Determinare la dimensione del sottospazio \mathbf{W} di \mathbf{R}^4 generato dall'insieme di vettori:

$$\mathcal{S} = \{(1, 1, 2, -3), (1, 3, -1, -1), (1, -1, 5, -5), (2, 4, 1, -4)\}$$

Determinare una base di \mathbf{W} costituita da vettori di \mathcal{S} e completarla ad una base di \mathbf{R}^4 .

2) Discutere il sistema:

$$\begin{aligned} 2X + mY + mZ &= 1 \\ mX + 2Y + mZ &= 1 \\ mX + mY + 2Z &= 1 \end{aligned}$$

in cui X, Y, Z sono incognite reali e m è un parametro reale.

3) Studiare la diagonalizzabilità della matrice:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Nel caso sia diagonalizzabile determinare una matrice M tale che $M^{-1}AM$ sia diagonale.

4) Determinare il valore del parametro reale h per cui le due rette di $\mathbf{A}^3(\mathbf{R})$:

$$r : 2X - Y - h = Y + Z - 2 = 0, \quad s : X - hZ = Y - 4Z + 3 = 0$$

sono complanari. Determinare il loro piano comune e il punto di intersezione nel caso siano incidenti.