

Università degli Studi di Roma Tre
Corso di Laurea in Matematica – a.a. 2011/2012
AC310
Appello C – 11 Giugno 2012

Esercizio 1 (7 punti). Determinare la corona circolare di convergenza della serie di Laurent

$$\sum_{n \geq 1} \frac{(a-1)^n}{(z-1)^n} + \sum_{n \geq 0} \frac{(z-1)^n}{(b-1)^n}$$

in funzione di $a, b \in \mathbb{C}$ supponendo $b \neq 1$ e $|a-1| \neq |b-1|$.

Esercizio 2 (7 punti). Calcolare l'integrale:

$$\mathbf{I} = \int_C e^{\bar{z}} dz$$

dove C è il segmento congiungente i punti $z_1 = 0$ e $z_2 = \pi - i\pi$.

Esercizio 3 (8 punti). Calcolare l'integrale improprio:

$$\mathbf{I} = \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{dx}{(x^2+1)^2(x^2+4)}$$

Si giustifichi ogni passaggio citando i teoremi utilizzati.

Esercizio 4 (10 punti). Enunciare e dimostrare il teorema dell'applicazione aperta.

Soluzioni

Esercizio 1. Se $|a - 1| > |b - 1|$ diverge ovunque. Se $|a - 1| < |b - 1|$ converge nella corona $|a - 1| < |z - 1| < |b - 1|$.

Esercizio 2. $I = (e^\pi + 1)i$.

Esercizio 3. $I = \frac{\pi}{9}$.