

Corso di Analisi Complessa del Prof. Sernesi

Tutorato VIII del 24 – 04 – 2008

Tutori: Carlo Ciliberto, Gabriele Nocco

<http://www.matematica3.com>

### Esercizio 1

Delle seguenti funzioni trovare le singolarità e scrivere le serie di Laurent negli intorni delle singolarità:

1.  $\frac{e^{2z}}{(z-1)^3}$

2.  $(z-3) \sin \frac{1}{z+2}$

3.  $\frac{z-\sin z}{z^3}$

4.  $\frac{z}{(z+1)(z+2)}$

5.  $\sin\left(\pi - \frac{1}{z}\right)$

### Esercizio 2

Dimostrare che la derivata di una funzione meromorfa non ha poli semplici.

### Esercizio 3

Dimostrare che la derivata di una funzione con una singolarità essenziale ha una singolarità essenziale.

### Esercizio 4

Calcolare i residui delle seguenti funzioni nei punti indicati a fianco:

1.  $\frac{1}{\sin z}$ ,  $z_0 = \pi$

2.  $\frac{z^2}{(z+1)(z-1)^2}$ ,  $z_0 = 1$

3.  $\frac{1}{z^2+1}$ ,  $z_0 = i$

4.  $\frac{e^z}{z^{100}}$ ,  $z_0 = 0$

5.  $\frac{1}{z^n-1}$ ,  $z_0 = 1$

**Esercizio 5**

Sia  $\gamma$  il bordo del rettangolo di vertici  $0, 4i, 10 + 4i, 10$  percorso una volta in senso antiorario. Usando il teorema dei residui, calcolare i seguenti integrali:

1.  $\int_{\gamma} \frac{dz}{z^2 - 3z + 5}$

2.  $\int_{\gamma} \frac{dz}{z^2 + z + 1}$

3.  $\int_{\gamma} \frac{dz}{z^2 - z + 1}$