

**Università degli Studi Roma Tre**  
**Anno Accademico 2005/2006**  
**AC1 - Analisi Complessa**  
**Tutorato 8**  
Giovedì 11 Maggio 2006

1. Calcolare i seguenti integrali:

(a)  $\int_0^{2\pi} \frac{1}{2-\sin \theta} d\theta$

(b)  $\int_0^\pi \frac{1}{1+\sin^2 \theta} d\theta$

(c)  $\int_0^{2\pi} \frac{\cos \theta}{5+3 \cos \theta} d\theta$

2. Calcolare i seguenti integrali:

(a)  $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{x^2}{x^4+1} dx$

(b)  $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{x-1}{x^5-1} dx$

(c)  $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{(1+x^2)^3} dx$

3. Calcolare i seguenti integrali:

(a)  $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{\cos x}{1+x^2} dx$

(b)  $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{x \sin x}{x^2+1} dx$

(c)  $\int_0^{\infty} \frac{x^2 \cos x}{(x^2+1)^2} dx$

(d) gli stessi integrali in (a), (b) ma con estremi di integrazione 0,  $\infty$

4. Weierstrass ha dimostrato che ogni funzione continua su un intervallo chiuso e limitato  $f : [a, b] \subset \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  si può approssimare uniformemente tramite polinomi (in  $\mathbb{R}[x]$ ). E' possibile approssimare uniformemente ogni funzione continua su un insieme compatto  $f : K \subset \mathbb{C} \rightarrow \mathbb{C}$  tramite polinomi (in  $\mathbb{C}[z]$ )?

5. Sia  $f$  una funzione intera tale che per ogni  $z \in \mathbb{C}$  esiste un  $n \in \mathbb{N}$  t.c.  $f^{(n)}(z) = 0$ . Dimostrare che  $f$  è un polinomio.