

## Secondo compito di esonero

corso AC1 - a.a. 05/06

1) (7 punti) Calcolare l'integrale:

$$I = \int_{\gamma} \frac{e^z}{(z-1)^n} dz$$

per tutti i valori di  $n \in \mathbf{Z}$ , dove

a)  $\gamma : z = 2e^{it}, \quad 0 \leq t \leq 2\pi$

b)  $\gamma : z = \frac{1}{2}e^{it}, \quad 0 \leq t \leq 2\pi$

2) (8 punti) Determinare una funzione intera  $g(z)$  tale che  $f(z) = g'(z)/g(z)$ , nei seguenti casi:

(a)  $f(z) = c, \quad c \in \mathbf{C}$

(b)  $f(z) = \frac{1}{z}$

(c)  $f(z) = 1 + \frac{1}{z}$

3) (7 punti) Calcolare la parte principale dello sviluppo in serie di Laurent delle funzioni

a)  $f(z) = \frac{z}{(1+z)^2}$  nel punto  $z_0 = -1$

b)  $f(z) = \frac{1+\cos z}{z^4}$  nel punto  $z_0 = 0$

4) (8 punti) Calcolare il seguente integrale definito:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{x dx}{(x^2 + 4x + 13)^2}$$