

COGNOME ..... NOME ..... MATRICOLA .....

Risolvere il massimo numero di esercizi accompagnando le risposte con spiegazioni chiare ed essenziali. *Inserire le risposte negli spazi predisposti. NON SI ACCETTANO RISPOSTE SCRITTE SU ALTRI FOGLI. Scrivere il proprio nome anche nell'ultima pagina.* 1 Esercizio = 4 punti. Tempo previsto: 2 ore. Nessuna domanda durante la prima ora e durante gli ultimi 20 minuti.

FIRMA	1	2	3	4	5	6	7	8	TOT.
.....									

1. Rispondere alle seguenti domande fornendo una giustificazione di una riga:

a. È vero che se l' $n$ -agono è costruibile e l' $m$ -agono regolare è costruibile, allora lo è anche l' $n \cdot m$ -agono?

.....

b. E' vero che dati due campi finiti  $F_1$  e  $F_2$  con lo stesso sottocampo fondamentale e lo stesso numero di elementi sono sempre isomorfi?

.....

c. È vero che in caratteristica 0 le estensioni finite e normali sono di Galois?

.....

d. Dare un esempio di un estensione algebrica e infinita di  $\mathbf{Q}$ .

.....

2. Dimostrare che un omomorfismo di campi suriettivo è sempre un isomorfismo.

3. Descrivere il reticolo dei sottocampi di  $\mathbf{Q}[\zeta_{125}]$ .

4. Enunciare e dimostrare il criterio per determinare il gruppo di Galois di un polinomio di grado 3 a coefficienti interi.

5. Calcolare il gruppo di Galois del polinomio:  $(x^2 - 2)(x^3 - 2)(x^4 - 2) \in \mathbf{Q}[X]$ .

6. Si enunci nella completa generalità il Teorema di corrispondenza di Galois.

7. Calcolare il grado del campo di spezzamento di  $(X^{2^{11}} + X)(X^{3 \times 2^{11}} + X^{2^{11}} + 1)(X^7 + 1) \in \mathbf{F}_2[X]$ .

8. Descrivere un campo il cui gruppo di Galois è isomorfo a  $C_2 \times C_2 \times C_6 \times C_{10}$ .