COGNOME .... *NOME* .... *MATRICOLA* ....

Risolvere il massimo numero di esercizi accompagnando le risposte con spiegazioni chiare ed essenziali. *Inserire le risposte negli spazi predisposti. NON SI ACCETTANO RISPOSTE SCRITTE SU ALTRI FOGLI. Scrivere il proprio nome anche nell'ultima pagina.* 1 Esercizio = 3 punti. Tempo previsto: 2 ore. Nessuna domanda durante la prima ora e durante gli ultimi 20 minuti.

1. Calcolare il polinomio minimo su $\mathbf{Q}$, di $\zeta_7 + \zeta_7^4 + \zeta_7^2$.

2. Mostrare che il campo di spezzamento di un polinomio di grado m a coefficienti razionali ha dimensione su $\mathbf{Q}$ minore o uguale a $m!$.

3. Determinare tutti i sottocampi K di $\mathbf{Q}(\zeta_{36})$ tali che $[\mathbf{Q}(\zeta_{36}) : K] = 2$.

4. Calcolare quanti sono i polinomi irriducibili (monici) di grado 6 su $\mathbf{F}_{13}$.

5. Calcolare il gruppo di Galois si $\mathbf{Q}$ del polinomio $x^4 + 3x^3 + 3x + 18$.

6. Mostrare the se $f(x) = \prod_{i=1}^{m} \big(x - \alpha_i\big) \in F[x]$, allora il discriminante $D(f)$ soddisfa: $D(f) = (-1)^{\frac{m(m-1)}{2}} \prod_{i=1}^{m} f'(\alpha_i)$.

7. Costruire un estensione F di Galois di $\mathbf{Q}$ tale che $\mathrm{Gal}(F/\mathbf{Q}) \simeq C_2 \times C_2 \times C_4$.

8. Si enunci nella completa generalità il Teorema di corrispondenza di Galois.

9. Si calcoli il numero di elementi nel campo di spezzamento del polinomio $(x^2+x+1)(x^3+x^2+1)(x^4+x+1)(x^5-x)$ su $\mathbf{F}_2$.

10. Dare un esempio di campo finito $\mathbf{F}_{25}$ con 25 elementi determinando tutti i generatori del gruppo moltiplicativo $\mathbf{F}_{25}^*$.

11. Dimostrare che i campi finiti sono perfetti.

12. Definire la nozione di numero costruibile e mostrare che l'insieme dei numeri costruibili è un campo.

NOME E COGNOME	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	TOT.
....													