Università degli Studi Roma Tre
Corso di Laurea in Matematica, a.a. 2008/2009
AL1 - Algebra 1: Fondamenti
Prof. F. Pappalardi
Tutorato 11 - 19 Dicembre 2008
Elisa Di Gloria, Luca Dell'Anna
www.matematica3.com

Esercizio 1.
Considerare le seguenti permutazioni:

- $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 3 & 5 & 2 & 6 & 4 & 1 \end{pmatrix}$
- $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 2 & 3 & 5 & 4 & 1 & 6 \end{pmatrix}$
- $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 \\ 2 & 3 & 4 & 6 & 5 & 7 & 9 & 1 & 8 \end{pmatrix}$
- $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ 2 & 3 & 4 & 1 & 7 & 5 & 6 \end{pmatrix}$

Descriverne il supporto e l'orbita degli elementi 1,4,5.

Esercizio 2.
Scrivere le seguenti permutazioni come prodotto in cicli disgiunti:

- $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ 5 & 1 & 7 & 6 & 2 & 3 & 4 \end{pmatrix}$
- $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 \\ 5 & 4 & 1 & 6 & 3 & 4 & 8 & 7 \end{pmatrix}$
- $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 \\ 2 & 4 & 7 & 5 & 1 & 9 & 8 & 3 & 6 \end{pmatrix}$

Determinarne infine il segno.

Esercizio 3.
Scrivere le seguenti permutazioni come prodotto in cicli disgiunti e come prodotto di trasposizioni:

- $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ 2 & 3 & 7 & 4 & 6 & 5 & 1 \end{pmatrix}$
- $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ 1 & 7 & 5 & 6 & 3 & 4 & 2 \end{pmatrix}$

- $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 & 10 & 11 & 12 \\ 5 & 6 & 7 & 10 & 12 & 9 & 4 & 3 & 11 & 8 & 2 & 1 \end{pmatrix}$

Di ognuna delle precedenti permutazioni, σ, calcolare: σ^2, σ^3, σ^5.
Che relazione c'è tra il segno di una permutazione e il minimo comune multiplo delle lunghezze dei suoi cicli disgiunti?

Esercizio 4.
Date le seguenti permutazioni σ e τ, calcolare i prodotti dove necessario e decomporre in cicli disgiunti σ, τ, $\sigma\tau$, $\tau\sigma$, σ^2, $\sigma^2\tau$, τ^2, $\tau^2\sigma$.

$$\sigma = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 & 10 \\ 2 & 4 & 5 & 7 & 9 & 8 & 10 & 6 & 3 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\tau = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 & 10 \\ 1 & 3 & 2 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 & 10 \end{pmatrix}$$

Esercizio 5.
Determinare la struttura dei cicli di S_5.