

GE3 - Topologia Generale, Elementi di Topologia Algebrica
Dip. Matematica - Università Roma Tre

Prof. M. Pontecorvo

II Parte - 12 Giugno 2010

Istruzioni. Scrivere nome, cognome, numero di matricola e firma su ogni foglio che si intende consegnare. Scrivere solamente sui fogli forniti. Non sono ammessi libri, quaderni, altri fogli né calcolatrici. **NON PARLARE** e metter via i cellulari pena il ritiro del compito.

Rispondere alle domande giustificando attentamente le risposte.

Punteggio totale 100 punti.

Girare, prego →

Sia P il poligono non-convesso nel piano \mathbb{R}^2 così descritto in coordinate polari $(x, y) \leftrightarrow (\rho \cos \theta, \rho \sin \theta)$:

$$P := \{(\rho, \theta) \in \mathbb{R}^2 \mid 1 \leq \rho \leq 2\};$$

notare che il bordo ∂P è unione disgiunta di due cerchi.

1. **(15 punti)**. Disegnare il poligono etichettato (indicando anche le frecce) che rappresenta lo spazio quoziente P/\sim dove la relazione di equivalenza è definita da:

$$(1, \theta) \sim (2, \theta) \text{ per ogni } \theta.$$

2. **(10 punti)**. Dimostrare che lo spazio quoziente P/\sim è una superficie compatta, che chiameremo Σ .
3. **(10 punti)**. Disegnare una triangolazione di P/\sim
4. **(10 punti)**. Calcolare la caratteristica di Eulero $\chi(\Sigma)$.
5. **(10 punti)**. Σ contiene un nastro di Möbius?
6. **(25 punti)**. Classificare la superficie compatta Σ ; enunciare il teorema di classificazione.
7. **(20 punti)**. Il gruppo fondamentale di Σ è abeliano?