

## VIII tutorato di analisi matematica 1a

docenti: prof. M. Girardi, prof. P. Magrone

25 novembre 2004

**Esercizio 1.** Trovare i seguenti limiti e verificarne l'esattezza attraverso la definizione:

a)  $\lim_{n \rightarrow +\infty} \left(-\frac{2}{3}\right)^{n+2}$  Sol: 0

b)  $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{3n^2 - n}{2n^2 + 4}$  Sol: 3/2

c)  $\lim_{n \rightarrow +\infty} \log_2 \left(\frac{1}{n}\right)$  Sol:  $-\infty$

d)  $\lim_{n \rightarrow +\infty} \tan \frac{1}{n}$  Sol: 0

e)  $\lim_{n \rightarrow +\infty} 2^n$  Sol:  $+\infty$

**Esercizio 2.** Dimostrare che, se  $a_n$  converge ad  $a$  e  $a_n \geq 0 \forall n \in \mathbb{N}$ , allora  $\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt{a_n} = \sqrt{a}$ .

Sol: l'idea per semplificarvi la vita è quella di scrivervi

$a_n - a = (\sqrt{a_n} + \sqrt{a})(\sqrt{a_n} - \sqrt{a})$  e poi utilizzare la definizione di limite in modo opportuno.

**Esercizio 3.** Calcolare i limiti ( $a, c > 0$ ):

a)  $\lim_{n \rightarrow +\infty} \sqrt{n+1} - \sqrt{n}$

b)  $\lim_{n \rightarrow +\infty} \sqrt{2n} - \sqrt{n-1}$

c)  $\lim_{n \rightarrow +\infty} \sqrt{n^2 - n} - \sqrt{n^2 + 1}$

d)  $\lim_{n \rightarrow +\infty} \sqrt{a+b} - \sqrt{cn+d}$

Sol: questi quattro limiti si risolvono tutti nello stesso modo: razionalizzando e studiando la frazione (più semplice) trovata.

**Esercizio 4.** Calcolare i seguenti limiti:

a)  $\lim_{n \rightarrow +\infty} n \sin \frac{2}{n} \cos \frac{2}{n}$  Sol: 2

b)  $\lim_{n \rightarrow +\infty} n^2 \left(1 - \cos \frac{1}{n}\right)$  Sol: 1/2

c)  $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{n(1 - \cos \frac{1}{n})}{\sin \frac{1}{n}}$  Sol: 1/2

d)  $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{n^2+1}{n+1} \sin \frac{1}{n}$  Sol: 1