

Am1c – Tutorato X

Integrali impropri

Venerdì 12 Maggio 2006
Filippo Cavallari, Fabio Pusateri

Esercizio 1 Calcolare i seguenti integrali impropri:

$$(1) \int_{\frac{2}{\pi}}^{+\infty} \frac{1}{x^2} \sin \frac{1}{x} dx$$

$$(2) \int_0^{+\infty} x^n e^{-x} dx \quad \forall n \in \mathbb{N}$$

Esercizio 2 Dire per quali a, b i seguenti integrali impropri convergono e in tali casi calcolarli:

$$(1) \int_0^{+\infty} e^{-ax} \sin bxdx$$

$$(2) \int_0^{+\infty} e^{-ax} \cos bxdx$$

Esercizio 3 Stabilire quali dei seguenti integrali impropri convergono:

$$(1) \int_0^{+\infty} e^{-x^2} dx$$

$$(2) \int_0^{+\infty} \frac{\sin x}{x} dx$$

$$(3) \int_0^{+\infty} \log x \arctan \frac{1}{x} dx$$

$$(4) \int_0^{+\infty} e^{-\frac{1}{x^2}} \arctan \frac{1}{x} dx$$

$$(5) \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-\frac{1}{x^2}} \arctan \frac{1}{x^2} dx$$

$$(6) \int_{-1}^1 \ln(x^2) \tan x dx$$

Esercizio 4 Studiare il grafico della seguente funzione integrale:

$$F(x) = \int_{-\infty}^x e^t \sin t dt$$

Esercizio 5* Dimostrare che:

$$\int_0^{+\infty} \left| \frac{\sin x}{x} \right| dx = +\infty$$