

VIII tutorato di analisi matematica 1a

Gabriele Nocco Stefano Urbinati

28 novembre 2005

Esercizio 1. Calcolare i seguenti limiti:

- a) $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{7}{n}\right)^{2n}$
- b) $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{n^3-2}{n+2} + \frac{n^3-2n^2}{n+1}\right)$
- c) $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{n!}\right)^{n^n}$
- d) $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\sqrt[n]{2} - 1\right)^n$
- e) $\lim_{n \rightarrow \infty} \sin(2\pi\sqrt{n^2 + \sqrt{n}})$

Esercizio 2. Trovare, se esiste, il limite delle seguenti successioni:

- a) $a_n = 1 + \sin n$
- b) $a_n = \arctan\left(-\frac{1}{2}\right)^n$
- c) $a_n = \frac{(-1)^n}{n} \cdot \frac{1+(-1)^n}{2}$
- d) $a_n = \frac{n!}{2^n} \sin n\frac{\pi}{2}$
- e) $a_n = \sqrt[n]{(-1)^n n}$

Esercizio 3. Dimostrare che, se $a_n > 0 \forall n \in \mathbb{N}$, $b_n = \frac{a_{n+1}}{a_n}$ e $b_n \rightarrow b > 1$ allora $a_n \rightarrow \infty$.

Esercizio 4. Trovare il massimo e il minimo limite delle seguenti successioni:

- a) $a_n = 1 - \cos n$
- b) $a_n = \arctan(-2)^n$
- c) $a_n = \frac{(-1)^n}{n} + \frac{1+(-1)^n}{2}$
- d) $a_n = \frac{n!}{2^n} \sin n\frac{\pi}{2}$
- e) $a_n = \sqrt[n]{(-1)^n n}$

f) $a_n = \sqrt{n^2 - 1} - n$

g) $a_n = 1 + (-1)^n$

h) $a_n = \frac{n+1}{n} \sin \frac{n\pi}{10}$

i) $a_n = \sin^2 \left(\frac{n^2}{2n+1} \right) + \cos^2 \left(\frac{n^3+6n}{(n+2)^2} \right)$