

Simulazione del secondo esonero di AM1

Un consiglio: fatelo da soli e senza libri in tre ore, altrimenti che simulazione sarebbe??

Giustificare tutte le affermazioni

**Esercizio 1.**

Calcolare il limite delle seguenti successioni

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{1 + \frac{1}{n^2}} - 1}{\log\left(1 + \frac{1}{n}\right)} \quad \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{n}{3} + \frac{1}{n}\right) \sin \frac{5}{n}$$

**Esercizio 2.**

Studiare il comportamento della seguente serie

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{\sqrt{n} + 3 \sin n}{n - \cos n}$$

**Esercizio 3.**

Calcolare massimo e minimo limite della seguente successione

$$a_n = \frac{3}{\pi} \arctan(-3)^n$$

**Esercizio 4.**

Dimostrare ENTRAMBI i seguenti teoremi:

**Teorema 0.0** *Un insieme  $Q \in \mathbb{R}$  è compatto se e solo se è chiuso e limitato. (Definizione di compatto per successioni: un insieme si dice compatto per successioni se da ogni successione a valori nell'insieme, si può estrarre una sottosuccessione che converge ad un punto dell'insieme stesso).*

**Teorema 0.1** *Sia  $\sum a_k$  una serie qualunque, e supponiamo che la serie  $\sum |a_k|$  converga. Allora converge anche la serie  $\sum a_k$  di partenza, e si ha:*

$$\left| \sum_{k=1}^{+\infty} a_k \right| \leq \sum_{k=1}^{+\infty} |a_k|$$

*(Dare per buono il teorema del confronto per serie a termini positivi)*