

Graph Drawing

Stefano Spensieri

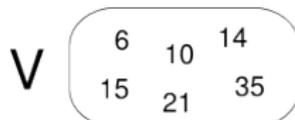
Università Roma Tre

28 ottobre 2009

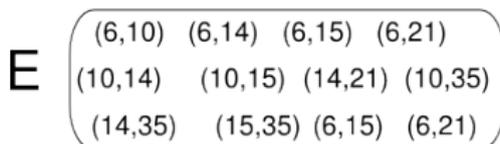
La struttura Grafo

Un **grafo** G é una struttura astratta composta da una coppia di insiemi (V, E) con:

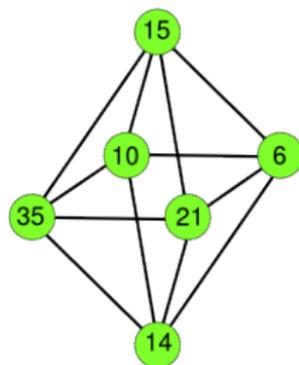
- V insieme di elementi
- E insieme di relazioni fra coppie di elementi



alcuni numeri naturali



la relazione "avere un fattore in comune"



Il **Graph Drawing** affronta il problema di dare forma concreta a tale struttura, realizzandone un disegno

Alcune tappe del Graph Drawing

- 1960 **Tutte**: primo algoritmo per il disegno: metodo baricentrico;
- 1963 **Knuth**: algoritmo per la visualizzazione di diagrammi di flusso;
- 1974 **Hopcroft, Tarjan**: planarity test;
- 1984 **Eades**: primo algoritmo Force Directed;
- 1994-99 Bibliografia annotata e successiva pubblicazione del libro Graph Drawing di **Di Battista, Eades, Tamassia, Tollis**;
- dal 2000 grande impulso nella ricerca, fra i nomi piú noti vi sono **Bertolazzi, Biedl** (disegno in tre dimensioni), **Didimo, Liotta, Papakostas** (disegno ortogonale), **Patrignani** (risultati sulla complessità computazionale).

Per ogni problema di produzione di disegni (layout) possiamo formulare un equivalente **problema di ottimizzazione combinatoria**

- insieme A delle **soluzioni ammissibili**: composto dai disegni che rispettano i **vincoli del modello** scelto;
- **funzione obiettivo** f , che esprime in forma numerica i **parametri estetici** che si vuole ottimizzare.

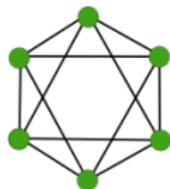
Le fasi del problema possono dunque essere schematizzate in:

- scelta del modello;
- scelta dei parametri estetici da perseguire, attenendosi al modello;
- implementazione di un opportuno algoritmo per la ricerca della soluzione ottima (o approssimata).

La scelta del modello

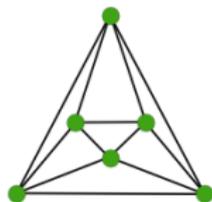
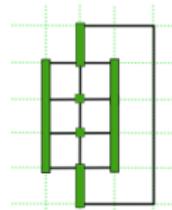
É possibile utilizzare differenti **modelli** e perseguire differenti **parametri estetici** per la realizzazione del disegno, scelti a seconda della finalità applicativa che il disegno vuole raggiungere.

Alcuni esempi:



Massimizzare le simmetrie svela gli isomorfismi nella struttura.

Modello ortogonale a griglia, utile per la progettazione di circuiti.

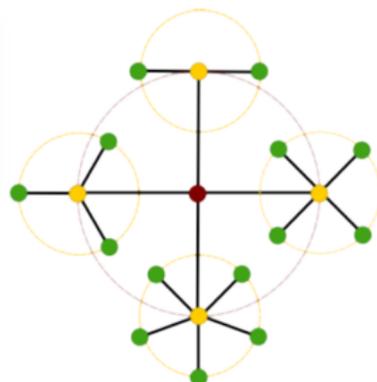


Minimizzare le intersezioni, ottenendo dove possibile un disegno planare, favorisce la comprensione del disegno.

La classe **albero radicato** merita una trattazione separata

- per le numerose applicazioni pratiche;
- per l'esistenza di algoritmi efficienti che ottengono disegni con notevoli qualità estetiche, se ristretti a questa classe di grafi.

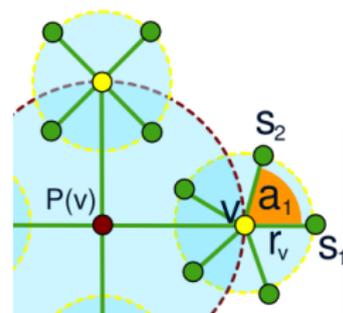
L'elementare modello a **Gerarchia Orizzontale** dispone i vertici figli un livello al di sotto del padre. ↓



Il modello **Parent Centered** dispone ricorsivamente i vertici figli lungo una circonferenza di centro il padre. ↑

Modello Parent Centered

L'aspetto critico dei disegni Parent Centered é la determinazione del raggio r_v della circonferenza centrata nel vertice v e dell'angolo α_s fra un vertice s e il consecutivo sulla stessa circonferenza.



Balloon Fractal divide la circonferenza equamente fra tutti i vertici che la occupano, e pone

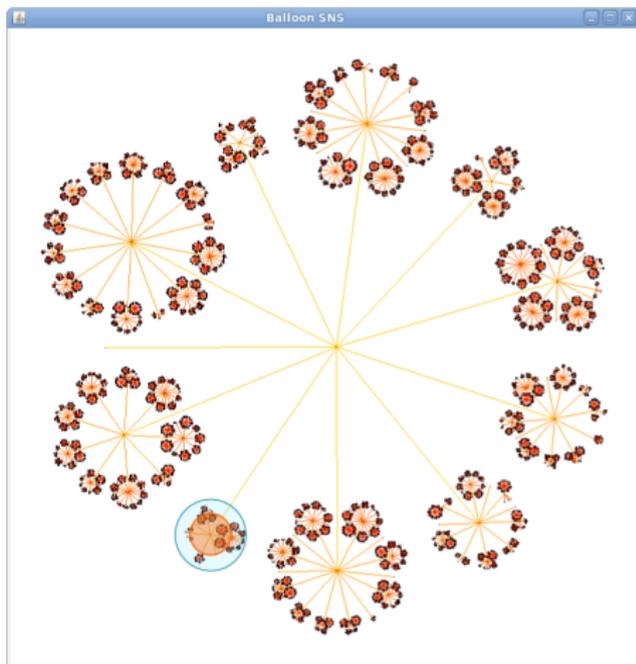
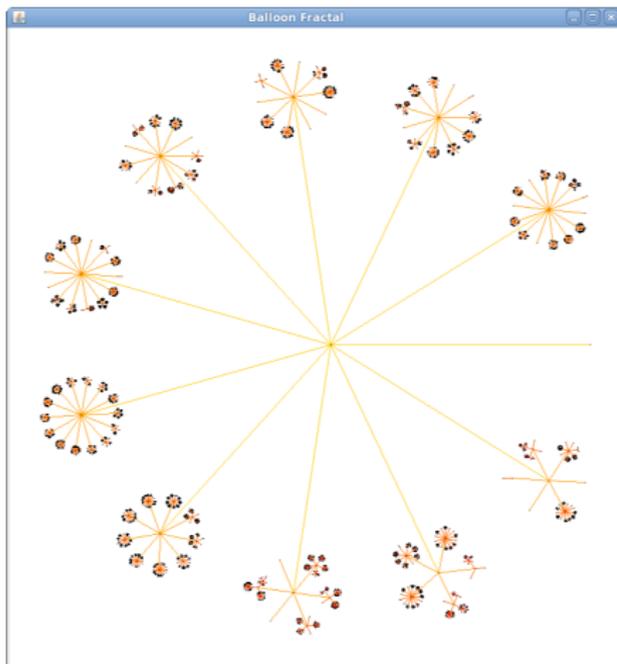
$$r_v = r_{P(v)} \sin\left(\frac{\pi}{h}\right) / 2$$

Balloon SNS (Subtrees of Non-uniform Size) assegna ai vertici figli settori circolari di ampiezza proporzionale alla dimensione dei loro sottoalberi, secondo le formule:

$$r_v = \max \left\{ 1.1 R_{\max}, \sum_{i=1, \dots, h} R_{S_i} / \pi \right\} \quad R_v = r_v + R_{\max}$$

$$a_j = (R_j + R_{j-1}) / r_v$$

Modello Parent Centered



Lo stesso albero, con piú di 8000 vertici su 6 livelli, visualizzato con due differenti strategie

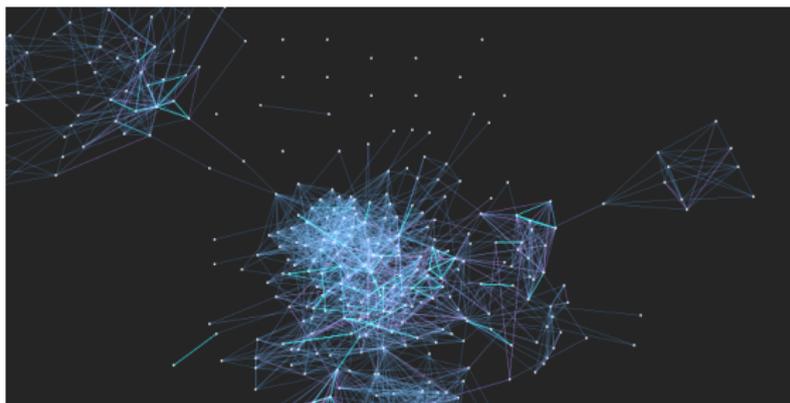
Le strategie **Force Directed** sono largamente utilizzate per la visualizzazione di grafi con elevato numero di vertici e sfruttano la seguente strategia:

- 1 **modellizzazione**: i vertici del grafo vengono assimilati a punti materiali, che esercitano fra loro forze attrattivo-repulsive; tali forze vengono definite a seconda dei parametri estetici che si perseguono.
- 2 **ricerca della configurazione di equilibrio**: fissato il sistema di forze, partendo da una configurazione iniziale data, si procede attraverso varie iterazioni alla ricerca di una configurazione che minimizzi l'energia totale del sistema.

Strategie Force Directed

La strategia é utile per la visualizzazione di tutte le caratteristiche estetiche legate alle **relazioni** e alle distanze fra vertici:

- significativitá della distanza euclidea;
- raggruppamento in **cluster**;
- riconoscimento di **sottografi isomorfi**;
- visualizzazione di **simmetrie**;
- risoluzione dei vertici;



Il **Disegno Ortogonale a Griglia** ammette solo valori discreti per le coordinate dei vertici e per le pieghe degli spigoli; i lati dei vertici e i segmenti costituenti gli spigoli sono paralleli agli assi principali.

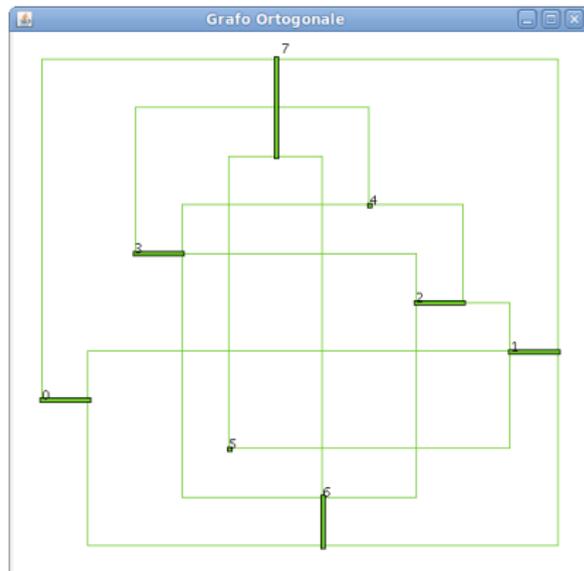
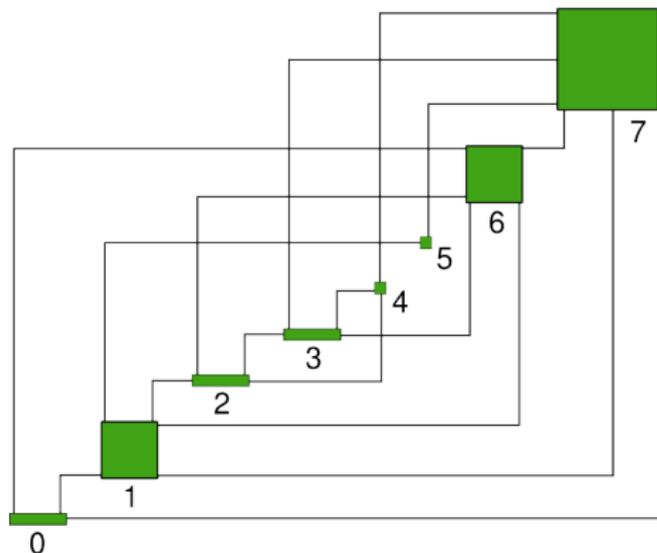
Point Drawing: i vertici sono punti della griglia; con questa restrizione é possibile disegnare solo vertici di grado minore o uguale a 4;

Box Drawing: si ammettono vertci di forma rettangolare, in modo da generalizzare il modello.

Le principali funzioni obbiettivo (da minimizzare) in questo modello sono:

- numero di pieghe per spigolo;
- area del disegno;
- lunghezza totale degli spigoli;
- numero di incroci fra spigoli;

Modello Ortogonale

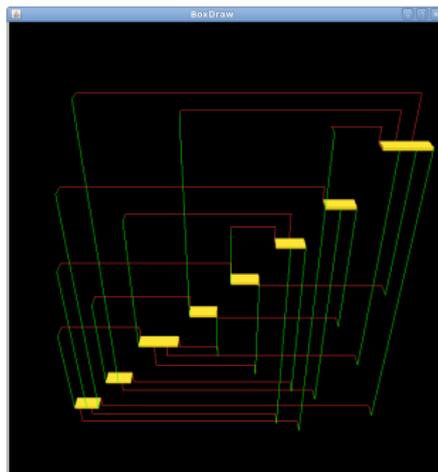


Una fase di pre-ordinamento dei vertici é determinante per limitare il volume del disegno, nel caso in cui si dispongano i vertici in **posizione generale**; per realizzare il disegno di destra si é applicato l'**st-ordering**.

Disegni in 3 dimensioni

La strategia **Lifting Half Edge** consiste nel tracciare uno spigolo utilizzando un unico X -segmento e un unico Y -segmento; assegnando differenti Z -piani agli X -segmenti e agli Y -segmenti, si evitano gli incroci.

In particolare, partendo da disegni bidimensionali con una sola piega per spigolo, é possibile costruire un grafo utilizzando solo 2 Z -piani.

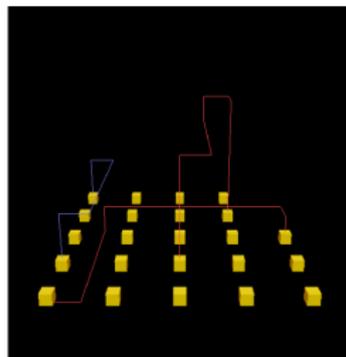
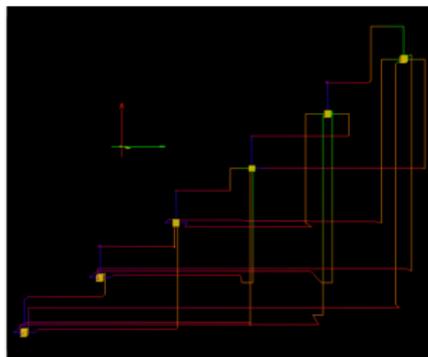
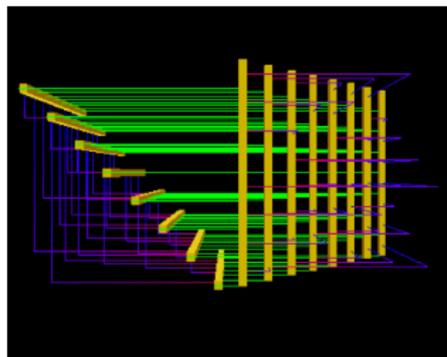


Disegni in 3 dimensioni

Il modello piú diffuso per il disegno in tre dimensioni é il modello **Ortagonale a Griglia**, generalizzazione del modello bidimensionale.

Gli algoritmi per il disegno automatizzano la costruzione di layout, con particolare attenzione a parametri di tipo fisico, quali:

- il volume del disegno;
- il numero di pieghe per spigolo;
- il numero di livelli che il disegno utilizza.





tratta da xkcd.com

FINE



tratta da xkcd.com

FINE