



LA TESI È ARTICOLATA IN DUE PARTI:

PRIMA PARTE: Le reti di Petri.

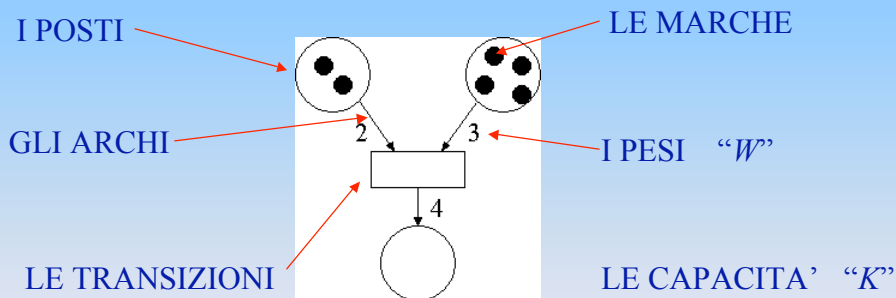
Affronta lo studio generale delle reti di Petri.

SECONDA PARTE: Applicazione delle reti di Petri ad una costellazione di satelliti geostazionari.

*Viene presentata un'applicazione delle reti di Petri nello studio della **disponibilità** (probabilità di utilizzabilità del sistema in un tempo "t") di una costellazione di satelliti geostazionari.*

LE RETI DI PETRI

Gli elementi costitutivi di una rete di posti e transizioni (P/T) sono:



Una rete di Petri P/T è dunque un grafo bipartito i cui nodi sono i posti e le transizioni che rappresentano rispettivamente gli stati del sistema e le azioni che ne provocano il cambiamento.

DEFINIZIONE FORMALE

Una rete P/T è la sestupla (S, T, F, W, K, M_0) , dove:

S è l'insieme di posti (finiti): $S = \{S_i\}, i = 1, 2, \dots, |S|, |S| < \infty$

T è l'insieme delle transizioni (finito e disgiunto da S): $T = \{T_k\}, k = 1, 2, \dots, |T|, |T| < \infty, S \cap T = \emptyset$

F è la *relazione di flusso*, indica quante coppie (s, t) o (t, s) sono connesse da un arco, e dice quindi il verso dell'arco: $F \subseteq (S \times T) \cup (T \times S)$

W è la *funzione peso*, che associa ad ogni arco un numero intero positivo:
 $W: F \rightarrow \mathbf{N} - \{0\}$

K è la *funzione capacità*, che associa una capacità ad ogni posto:
 $K: S \rightarrow \mathbf{N}$

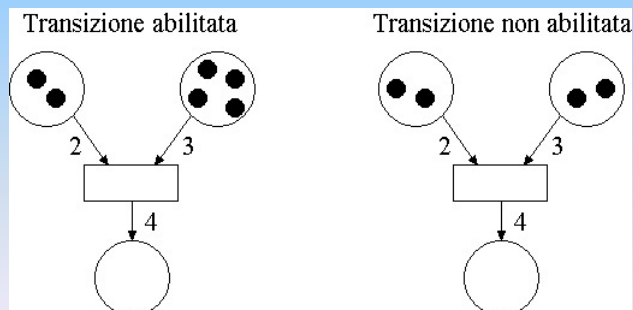
M_0 è la *funzione marcatura iniziale*, che indica quanti gettoni ci sono all'inizio in ogni posto: $M_0: S \rightarrow \mathbf{N}$

AMBITI DI APPLIAZIONE DELLE RETI DI PETRI

Possono essere utilizzate per costruire modelli di sistemi complessi, dotati di più processi che avvengono in parallelo, con interazioni e dipendenze gli uni dagli altri.

ABILITAZIONE DI UNA TRANSIZIONE

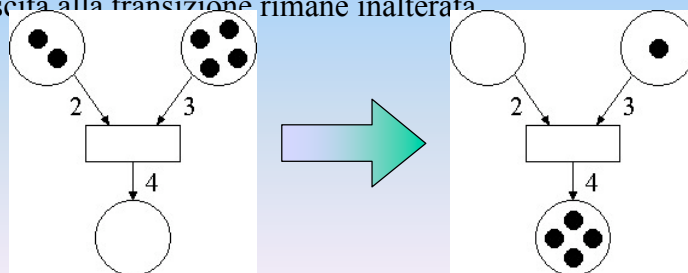
Una transizione è abilitata se tutti i posti delle sue precondizioni contengono un numero di marche almeno pari al peso dell'arco che li connette alla transizione.



SCATTO DI UNA TRANSIZIONE

Lo scatto di una transizione provoca la rimozione di ogni posto a monte (cioè dalle precondizioni) e l'aggiunta ad ogni posto a valle (cioè ad ogni postcondizione) di un numero di marche pari al peso degli archi che la collegano a tali posti.

La marcatura di tutti i posti che non siano né d'ingresso né d'uscita alla transizione rimane inalterata.



RAPPRESENTAZIONE MATRICIALE

Oltre alla rappresentazione grafica, le reti di Petri sono dotate anche di una rappresentazione matematica relativamente semplice.

Tale rappresentazione, detta **matriciale o algebrica**, può essere utile per eseguire analisi automatiche della rete, al fine di verificare il soddisfacimento di alcune proprietà di base.

La rappresentazione algebrica delle reti di Petri si basa sui concetti di:

- Matrice d'ingresso
- Matrice d'uscita
- Matrice d'incidenza
- Vettore marcatura
- Sequenza di scatti
- Vettore delle occorrenze

Inoltre, con tale rappresentazione si può descrivere l'evoluzione di una rete di Petri in termini di **equazione di stato**, cioè in modo molto simile a come si descrive l'evoluzione di un qualunque sistema dinamico.

LE RETI TEMPORIZZATE

Un tipo particolare di reti P/T sono le **reti di Petri temporizzate**.

Le reti di Petri ordinarie infatti non includono alcun concetto di tempo. Con questa classe di reti, è possibile descrivere la struttura logica di un sistema, ma non la sua evoluzione temporale. Nascono così varie estensioni alle reti per introdurre la variabile tempo.

In generale esistono due distinte tipologie di reti temporizzate:

Reti di Petri Deterministiche in cui viene definita una variabile X che rappresenta il tempo di completamento dell'attività. La transizione che rappresenta tale attività dopo che viene abilitata è tale che la partenza o lo scatto non sarà immediato ma dipenderà dal tempo definito in X .

Reti di Petri Stocastiche in cui la quantità X definita su una generica transizione non è una quantità deterministica, ma è di fatto una variabile aleatoria che rappresenta la caratteristica di "utilizzo" di quella transizione.

APPLICAZIONE DELLE RETI DI PETRI AD UNA COSTELLAZIONE DI SATELLITI GEOSTAZIONARI

Nella seconda parte di questa tesi abbiamo affrontato lo studio della disponibilità di una costellazione di satelliti in orbita geostazionaria intorno alla Terra, utilizzando le reti di Petri stocastiche.

Il modello che abbiamo costruito ci permette di compiere delle simulazioni realistiche e di studiare il comportamento del sistema, ed in particolare della funzione disponibilità, al variare del tempo o di alcune condizioni iniziali.

STRUTTURA DEL SISTEMA

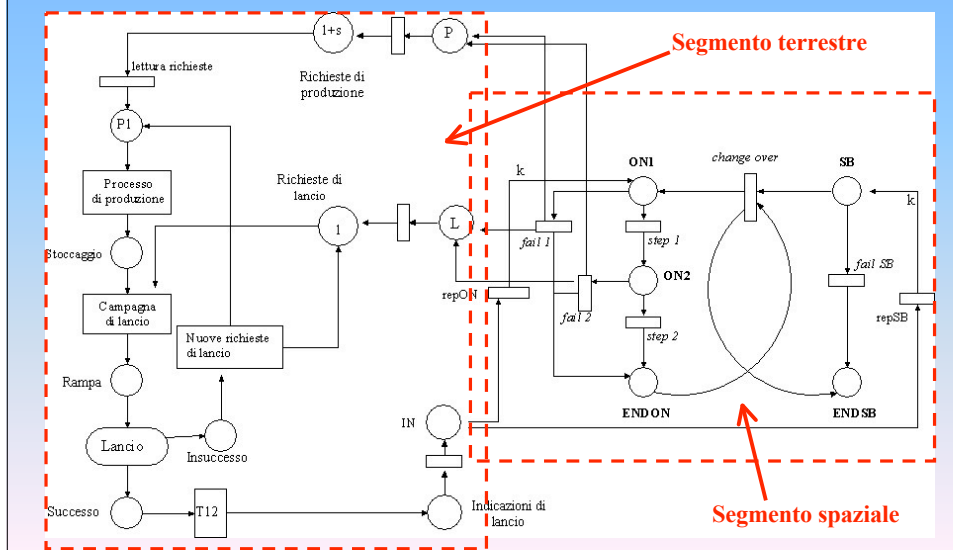
L'intero sistema è suddiviso in **due parti**:

il segmento terrestre di supporto logistico, ovvero l'insieme di tutte le risorse necessarie ad attivare la costellazione e a mantenerla attiva durante tutto il suo ciclo di vita. Questo segmento include le seguenti risorse:

- ✦ c linee di produzione e integrazione, ognuna delle quali in grado di produrre k satelliti simultaneamente (nella realtà, per i satelliti geostazionari $k=1$)
- ✦ s edifici di stoccaggio, ognuno dei quali in grado di contenere i k satelliti da porre in orbita
- ✦ rampe di lancio indipendenti.

il segmento spaziale, che dopo l'attivazione della costellazione consisterà in un insieme di satelliti geostazionari posizionati su un singolo piano orbitale (il piano equatoriale) sul quale si trovano k satelliti operativi.

MODELLO GLOBALE DELL'APPLICAZIONE DELLE RETI DI PETRI AD UNA COSTELLAZIONE DI SATELLITI GEOSTAZIONARI



AMBIENTE DI SIMULAZIONE

Il supporto informatico da noi utilizzato per la valutazione del sistema è denominato **MISS-RdP** (Modello Interattivo e Sistema di Simulazione basato sulle Reti di Petri).

Esso supporta i modelli basati sulle reti di Petri stocastiche e fornisce risultati in formato standard di uso generale.

Nelle simulazioni implementate si suppone che ci siano sempre:

- ✿ 3 linee di produzione ognuna delle quali produce k satelliti, quindi $c=3$.
- ✿ 2 edifici di stoccaggio, ognuno dei quali in grado di contenere k satelliti, cioè $s=2$.
- ✿ lanciatori e rampe di lancio sempre disponibili.

Si suppone inoltre che siano due i parametri variabili:

- ✿ il numero k di satelliti da posizionare in orbita.
- ✿ il numero p e l di satelliti che si devono raccogliere rispettivamente nei posti di interfaccia di output P e L prima che venga fatta una nuova richiesta di produzione e di lancio di satelliti.

RISULTATI DELLA SIMULAZIONE

Dopo varie simulazioni si è trovato che la condizione che meglio ottimizza il modello è quella che si ottiene ponendo $k = 7$ e $p = l = 4$.

Il risultato più importante è quello relativo alla disponibilità.

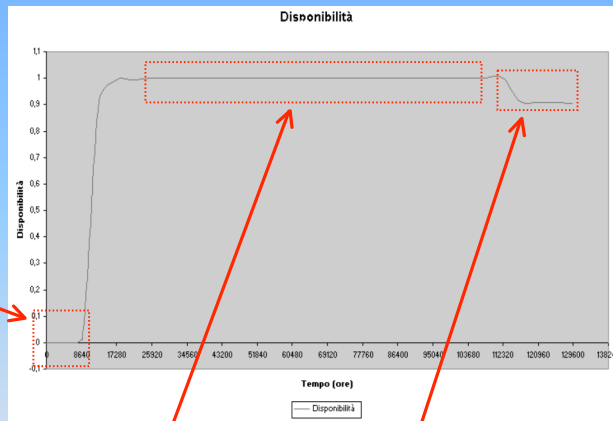
In questo esempio abbiamo fatto l'ipotesi che il sistema sia disponibile quando in orbita ci sono 2 o più satelliti attivi.

Data	Non Disp.	Disponibilità
1	1	0
4321	1	0
8641	1	0
12961	0.084	0.916
17281	0.005	0.995
21601	0.005	0.995
25921	0	1
30241	0	1
34561	0	1
...
112321	0	1
116641	0.088	0.912
120961	0.093	0.907
125281	0.093	0.907
129601	0.095	0.905

RISULTATI DELLA SIMULAZIONE

La disponibilità istantanea è la probabilità che la rete si trovi nello stato di disponibilità al tempo t .

In generale possiamo osservare, come si vede anche dal grafico, che fino ai 2 anni il sistema è sempre non disponibile con probabilità 1.



Dopo i primi due anni la probabilità che il sistema sia disponibile aumenta molto (0.995 circa nei due anni e mezzo successivi) fino a che dopo 3 anni il sistema è disponibile con probabilità 1, ovvero stabile e a regime.

Solo durante la fine della missione (ultimi 2 anni) la probabilità scende fino a 0.905, senza però scendere al di sotto dello 0.9 che era l'obiettivo prefissato.