

Università degli Studi Roma Tre
Corso di Laurea in Matematica, a.a. 2013/2014
TN410 - Introduzione alla teoria dei numeri
Esercizi 9

1. Provare che se (x, y, z) è una terna pitagorica primitiva positiva, allora $x + y$ e $x - y$ sono congruenti a 1 o 7 modulo 8.
2. Provare che se (x, y, z) è una terna pitagorica primitiva positiva, allora 12 divide xy ; pertanto 60 divide xyz .
3. Trovare tutti i triangoli pitagorici le cui aree sono uguali al loro perimetro.
(Sugg.: se $x^2 + y^2 = z^2$ e $x + y + z = \frac{1}{2}xy$, allora $(x - 4)(y - 4) = 8$.)
4. Provare che se (x, y, z) è una terna pitagorica primitiva positiva in cui x, z sono interi positivi consecutivi, allora

$$x = 2t(t + 1), \quad y = 2t + 1, \quad z = 2t(t + 1) + 1$$

per qualche $t > 0$.

5. Provare che se (x, y, z) è una terna pitagorica primitiva positiva in cui $z - y = 2$, allora

$$x = 2s, \quad y = s^2 - 1, \quad z = s^2 + 1$$

per qualche s intero positivo.