

Università degli Studi Roma Tre
Corso di Laurea in Matematica, a.a. 2013/2014
TN410 - Introduzione alla teoria dei numeri
Esercizi 8

1. Trovare il numero delle soluzioni delle seguenti congruenze quadratiche:

(a) $X^2 \equiv 57 \pmod{2^6 \cdot 7^5 \cdot 29^6}$;

(b) $X^2 \equiv 9 \pmod{2^2 \cdot 5}$.

2. Trovare, se esistono, le soluzioni delle seguenti congruenze quadratiche:

(a) $X^2 \equiv 49 \pmod{144}$;

(b) $X^2 \equiv 25 \pmod{168}$.

3. Calcolare i seguenti simboli di Jacobi:

$$\left(\frac{776}{105}\right), \left(\frac{-424}{335}\right), \left(\frac{90}{949}\right).$$

4. Siano $n > 1$ ed $m > 1$ interi dispari tali che $n \equiv 1 \pmod{8}$ e $m \equiv 2 \pmod{n}$; calcolare il simbolo di Jacobi

$$\left(\frac{5m+n}{m}\right).$$

5. Determinare per quali valori del parametro λ , $0 \leq \lambda \leq 6$, la seguente congruenza quadratica

$$4X^2 + (\lambda - 2)X + 3\lambda \equiv 0 \pmod{7}$$

è risolubile.

6. (a) Determinare per quali valori del parametro λ , $0 \leq \lambda \leq 10$, la seguente congruenza quadratica

$$3X^2 + X + \lambda \equiv 0 \pmod{11}$$

è risolubile.

(b) Per ogni valore di λ per il quale la congruenza in (a) è risolubile determinare tutte le sue soluzioni.

7. (a) Determinare per quali valori del parametro λ , $0 \leq \lambda \leq 29$, la seguente congruenza quadratica

$$X^2 + 3X + \lambda \equiv 0 \pmod{30}$$

è risolubile.

(b) Per ogni valore di λ per il quale la congruenza in (a) è risolubile determinare tutte le sue soluzioni.