

**Università degli Studi di Roma Tre**  
**Corso di Studi in Matematica, A.A. 2008/2009**  
**TN1 - Introduzione alla Teoria dei Numeri**  
**12 marzo 2009**

1. Si risolvano i seguenti sistemi di congruenze lineari in due incognite:

a)

$$\begin{cases} 3x + 5y \equiv 1 \pmod{6} \\ x + 2y \equiv 2 \pmod{6} \end{cases}$$

b)

$$\begin{cases} x \equiv 0 \pmod{6} \\ 4x + 3y \equiv 1 \pmod{6} \end{cases}$$

c)

$$\begin{cases} x + 4y \equiv 3 \pmod{8} \\ 2x + 5y \equiv 1 \pmod{8} \end{cases}$$

d)

$$\begin{cases} x + y \equiv 3 \pmod{8} \\ 4x + 2y \equiv 2 \pmod{8} \end{cases}$$

2. Si risolvano i seguenti sistemi di congruenze lineari in tre incognite:

a)

$$\begin{cases} x + y + 3z \equiv 2 \pmod{11} \\ 2x + 5y + z \equiv 1 \pmod{11} \\ 3x + y + z \equiv 4 \pmod{11} \end{cases}$$

b)

$$\begin{cases} x + y + z \equiv 2 \pmod{5} \\ x + 2y + z \equiv 1 \pmod{5} \\ 2x + y + 2z \equiv 0 \pmod{5} \end{cases}$$

c)

$$\begin{cases} 2x + 3y + z \equiv 5 \pmod{7} \\ 3x + 3y + 5z \equiv 6 \pmod{7} \\ 4x + y + 2z \equiv 3 \pmod{7} \end{cases}$$

3. Sia  $f : \mathbb{N}^+ \longrightarrow \mathbb{C}$  una funzione moltiplicativa. Possiamo determinare  $f(1)$ ?
4. Quali tra le seguenti funzioni aritmetiche sono moltiplicative? Quali totalmente moltiplicative?
- a)  $f(n) = 20$ ;
  - b)  $f(n) = \text{MCD}(n, k)$ , per  $k \in \mathbb{Z}$  fissato;
  - c)  $f(n) = n$ ;
  - d)  $f(n) = \log(n)$ ;
  - e)  $f(n) = \begin{cases} 1 & n = 1 \\ 0 & n \neq 1 \end{cases}$ .
5. Si dimostri che la funzione  $\varphi$  di Eulero è una funzione moltiplicativa. È totalmente moltiplicativa?