

Università degli Studi Roma Tre
Corso di Laurea in Matematica, a.a. 2007/2008
TN1 - Introduzione alla teoria dei numeri
Tutorato 4 (28 marzo 2007)
Micaela De Santis

1. Scrivere la tabella degli indici mod (23) rispetto alla radice primitiva 5.
2. Risolvere la congruenza:
 - (a) $3X^5 \equiv 1 \pmod{23}$;
 - (b) $3X^{14} \equiv 2 \pmod{23}$.
3. Risolvere le congruenze:
 - (a) $3^X \equiv 2 \pmod{23}$;
 - (b) $13^X \equiv 5 \pmod{23}$.
4. Sapendo che 2 è una radice primitiva modulo 13, stabilire per quali interi positivi a la congruenza $aX^4 \equiv 2 \pmod{13}$ è risolubile.
5. Sia p un numero primo dispari. Dimostrare che la congruenza $X^4 \equiv -1 \pmod{p}$ è risolubile se e solo se $p \equiv 1 \pmod{8}$.
6. Trovare tutti i residui quadratici di ciascuno dei seguenti numeri; 11, 13, 19.
7. Trovare il valore dei seguenti simboli di Legendre:
$$\left(\frac{2}{5}\right), \left(\frac{3}{23}\right), \left(\frac{6}{7}\right).$$
8. Trovare il valore di $\left(\frac{7}{11}\right)$ usando il criterio di Eulero ed usando il lemma di Gauss.
9. Usando il lemma di Gauss, calcolare i seguenti simboli di Legendre:
$$\left(\frac{7}{13}\right), \left(\frac{5}{19}\right), \left(\frac{11}{23}\right).$$
10. Utilizzando la LRQ, trovare il valore dei seguenti simboli di Legendre:
$$\left(\frac{71}{73}\right), \left(\frac{-219}{383}\right), \left(\frac{461}{773}\right).$$
11. Stabilire quali delle seguenti congruenze quadratiche sono risolubili:
 - (a) $X^2 \equiv 219 \pmod{419}$;
 - (b) $3X^2 + 6X + 5 \equiv 0 \pmod{89}$;
 - (c) $2X^2 + 5X - 9 \equiv 0 \pmod{101}$.