

Università degli studi di Roma Tre
Corso di Laurea in Matematica, a.a. 2005/2006
TE1 - Teoria di Galois
Esercizi
15 maggio 2006

1 Gruppo Galois

1. Calcolare il gruppo di Galois dei seguenti polinomi in $\mathbb{Q}[x]$
 - (a) $x^5 - 3$
 - (b) $x^6 - 9$
 - (c) $x^8 - 16$

2 Costruzioni con riga e compasso

1. Costruire $a + b$, $a - b$, ab , $\frac{a}{b}$ e \sqrt{a} se a e b sono costruibili.
2. Se $\sin \theta$ e $\cos \theta$ sono costruibili allora θ è un angolo costruibile.
3. Sia $c \in \mathbb{R}$ radice di una quartica irriducibile su \mathbb{Q} . Sia F la chiusura normale di $\mathbb{Q}(c)$. Mostrare che
 - (a) Se $\text{Gal}_{\mathbb{Q}}(F) = D_4$ o ad un gruppo di ordine 4 allora c è costruibile
 - (b) Se $\text{Gal}_{\mathbb{Q}}(F) = S_4$ o A_4 allora c non è costruibile.