

Università degli Studi Roma Tre  
Corso di Laurea in Matematica, a.a. 2009/2010  
TN1 - Introduzione alla Teoria dei Numeri  
Tutorato 2 - 8 Marzo 2010  
Elisa Di Gloria

**ESERCIZI DA SVOLGERE IN CLASSE**

**Esercizio 1.**

Utilizzando il principio di induzione matematica, provare che se  $m$  è un intero positivo, allora:

(a)  $4^m \equiv 1 + 3m \pmod{9}$ ;

(b)  $5^m \equiv 1 + 4m \pmod{16}$ .

**Esercizio 2.**

Stabilire se le seguenti equazioni diofantee ammettono soluzioni e, in caso affermativo, determinarle:

(a)  $2X - 57Y = 100$

(b)  $3X + 12Y = 11$

(c)  $7X - 28Y = 14$

**Esercizio 3.**

Data l'equazione diofantea

$$4(\lambda - 5)X + 125Y = 60$$

(a) Determinare per quali valori di  $\lambda \in \mathbb{Z}$  l'equazione assegnata è risolubile;

(b) Determinare esplicitamente le soluzioni dell'equazione data per  $\lambda = 31$ .

**Esercizio 4.**

Determinare tutte le eventuali soluzioni delle seguenti congruenze lineari:

(a)  $10X \equiv 0 \pmod{50}$ ;

(b)  $8X \equiv 14 \pmod{30}$ ;

(c)  $6X \equiv 18 \pmod{24}$ ;

(d)  $10X \equiv 32 \pmod{35}$ ;

## ESERCIZI PER CASA

### Esercizio 1.

Trovare tutte le eventuali soluzioni delle seguenti congruenze:

- (a)  $21X \equiv 9 \pmod{15}$ ;
- (b)  $33X \equiv 4 \pmod{20}$ ;
- (c)  $69X \equiv 9 \pmod{36}$ ;
- (d)  $33X \equiv 143 \pmod{242}$ .

### Esercizio 2.

Scrivere 100 come somma di due interi positivi di cui uno multiplo di 7 e l'altro multiplo di 11 (Eulero, 1770)

### Esercizio 3.

Determinare tutte le eventuali soluzioni incongruenti delle seguenti congruenze lineari:

- (a)  $5X \equiv 4 \pmod{16}$ ;
- (b)  $6X \equiv 11 \pmod{9}$ ;
- (c)  $20X \equiv 0 \pmod{60}$ ;
- (d)  $8X \equiv 24 \pmod{28}$ ;
- (e)  $10X \equiv 25 \pmod{45}$ .

### Esercizio 4.

Data l'equazione diofantea

$$(3\lambda + 1)X + 5Y = 10$$

- (a) Determinare per quali valori di  $\lambda \in \mathbb{Z}$  l'equazione assegnata è risolubile;
- (b) Per il più piccolo valore positivo di  $\lambda$  per il quale tale equazione è risolubile, scrivere esplicitamente le soluzioni.