

Tutorato di TN1 - Teoria dei Numeri

a.a. 2006/2007

Gabriele Fusacchia e Valeria Pucci

8 Maggio 2007 - Tutorato VIII

(1) Data la congruenza quadratica

$$3X^2 + 7X + 3\lambda + 9 \equiv 0 \pmod{11}$$

stabilire per quali valori di λ essa è risolubile, e per tali valori determinarne tutte le soluzioni.

(2) Calcolare il simbolo di Legendre $\left(\frac{7}{p}\right)$, con p primo dispari, $p \neq 7$.

(3) Calcolare il simbolo di Legendre $\left(\frac{131}{991}\right)$.

(4) Sia p primo dispari, e siano a, b tali che $(a, p) = (b, p) = 1$. Consideriamo le seguenti congruenze:

$$X^2 \equiv a \pmod{p}, \quad X^2 \equiv b \pmod{p}, \quad X^2 \equiv ab \pmod{p}$$

Mostrare che o tutte le congruenze sono simultaneamente risolubili o lo è solo una di esse.

(5) Determinare il numero di soluzioni della congruenza

$$X^2 \equiv 9 \pmod{110}$$