

Università degli Studi di Roma Tre
Corso di Studi in Matematica, A.A. 2009/2010
TN1 - Introduzione alla Teoria dei Numeri

19 marzo 2010

Martina Lanini

1. In un magazzino devono sistemare delle casse di vino e di birra su uno scaffale. Lo scaffale può reggere fino a 31 kg, le casse di vino pesano 7 kg l'una, mentre quelle di birra 5 kg. Dopo aver riflettuto, si rendono conto che possono scegliere le casse in modo tale che il peso sia esattamente 31 kg. Quante casse di vino si trovano ora sullo scaffale? Quante di birra?
2. * Dire se le seguenti equazioni diofantee ammettono soluzioni e, in caso affermativo, determinarle:
 - a) $3x + 7y + 5z = 31$
 - b) $14x + 7y - 56z = 81$
 - c) $21x + 3y + 6z = 48$
 - d) $24x + 12y + 30z = 15$
3. * Trovare i punti interi dei seguenti piani:

$$7x - 2y + 3z - 1 = 0 \quad x + y + z - 2 = 0.$$

4. Dimostrare che per ogni $n \in \mathbb{N}$ il numero

$$n^{61} + 2n^{42} + 3n^{34} + 4n^{25}$$

è un multiplo di 5.

Gli esercizi contrassegnati con * riguardano una parte del programma non ancora svolta, sono pertanto facoltativi.