

XII SETTIMANA

Polinomi e serie formali in una indeterminata: somma, prodotto (di convoluzione). Polinomi a coefficienti in un dominio d'integrità: grado. Prime proprietà. Elementi invertibili nell'anello di polinomi. Caso dei polinomi in $\mathbb{Z}[T]$ ed in $K[T]$, dove K è un campo.

Polinomi monici. Divisione con il resto tra polinomi a coefficienti in un dominio. Teorema del resto: $f(\alpha) = 0$ se e soltanto se $(T - \alpha) \mid f(T)$. Esempi. Radici di un polinomio. Esistenza di radici e riducibilità. Teorema (o Regola) di Ruffini. Ricerca di radici intere (e razionali) di polinomi a coefficienti interi.

Polinomi a coefficienti in un campo K (cenni): esistenza ed unicità del MCD (a meno di invertibili). Algoritmo euclideo delle divisioni successive in $K[T]$, dove K è un campo. Identità di Bézout.

Polinomi irriducibili e teorema di fattorizzazione unica in polinomi irriducibili di $K[T]$, dove K è un campo (cenni).

Polinomi a coefficienti interi: contenuto di un polinomio, polinomi primitivi. Lemma di Gauss. Teorema di fattorizzazione unica in $\mathbb{Z}[T]$ (cenni). Polinomi irriducibili in $\mathbb{Z}[T]$ ed in $\mathbb{Q}[T]$. Enunciato del Teorema Fondamentale dell'Algebra. Polinomi irriducibili di $\mathbb{C}[T]$ e di $\mathbb{R}[T]$ (cenni). Criterio di irriducibilità di Eisenstein. Irriducibilità del p -esimo polinomio ciclotomico, dove p è un numero primo.

* * *

Tali argomenti si possono trovare nel Paragrafo 10 di [FG].