

Prova scritta di AM3 del 17/1/2005
Appello C

Motivare il lavoro svolto. Durante l'esame non è consentito l'uso di appunti, libri, calcolatrici.
Per superare l'esame è **necessario** svolgere l'esercizio 3.

1) Si trovi la soluzione del seguente problema di Cauchy

$$u' = \sin t \cos^2 u, \quad u(\pi/2) = 0.$$

2) Determinare il rettangolo di area massima iscrivibile nell'ellisse $4x^2 + y^2 = 1$.

3) (i) Calcolare l'integrale

$$\int_D \frac{x}{y^2 + 2x^2} dx dy, \quad D := \{0 \leq x \leq y, 1 \leq y \leq 2\}.$$

[Suggerimento: effettuare il cambio di variabili: $y = u$, $x = uv$.]

(ii) Calcolare l'area del dominio D racchiuso dalla curva

$$\varphi(t) := ((\sin t)(1 + \cos t), 1 + \cos t), \quad t \in [0, 2\pi].$$

4) Sia f la funzione tale che $f(0) = 0$ e tale che

$$e^{-f} + \cos(x - f) = 2.$$

Si trovi un intervallo su cui è definita f .

5) Si discuta (includendo le dimostrazioni che si ritengono più rilevanti) il metodo dei moltiplicatori di Lagrange.