ST1 - II Esonero 6-6-2008
E. Scoppola

Esercizio 1

Sia $X_1, ..., X_n$ un campione casuale dalla distribuzione con densitá

$$f(x;\theta_1,\theta_2) = \frac{1}{\theta_2} e^{-\frac{x-\theta_1}{\theta_2}} \mathbf{1}_{(\theta_1,\infty)}(x)$$

con $\theta_1 \in \mathbf{R},\ \theta_2 \in \mathbf{R}_+$.

1) Mostrare che $Y_1 = \min\{X_1, ..., X_n\}$ e la media campionaria $\bar{X}$ sono statistiche congiuntamente sufficienti.

2) Determinare due statistiche congiuntamente sufficienti che siano stimatori non distorti rispettivamente di θ_1 e θ_2.

3) Nel caso $\theta_1 = 0$ determinare un UMVUE per θ_2 e per $\frac{1}{\theta_2}$.

Esercizio 2

Si consideri un campione casuale di ampiezza n dalla distribuzione normale $\mathcal{N}(\mu, \sigma^2)$.

1) Determinare un intervallo di confidenza per μ quando σ^2 é noto. Come varia l'ampiezza di questo intervallo se si raddoppia σ?

2) Determinare un intervallo di confidenza per σ^2 quando μ é noto. Come varia l'ampiezza di questo intervallo al variare di μ? Per quale valore di μ la sua ampiezza é minima?

Esercizio 3

Si consideri un campione casuale di ampiezza n dalla distribuzione esponenziale di parametro θ.

1) Determinare il test piú potente di ampiezza α per $H_0 : \theta = 1$ contro $H_1 : \theta = 2$.

2) Nel caso $n = 1$ e $\alpha = 0.05$ e $x = 0.5$ si rifiuta o si accetta?