

ST1 - Scritto del 17-9-2008
E. Scoppola

Esercizio 1

Si consideri un campione casuale di ampiezza $n = 2m$ da una distribuzione esponenziale doppia:

$$f(x; \alpha, \beta) = \frac{1}{2\beta} \exp\left\{-\frac{|x - \alpha|}{\beta}\right\}$$

con $\alpha \in \mathbf{R}$ and $\beta > 0$.

- 1) Determinare il valor medio, la varianza e la funzione generatrice dei momenti di una singola variabile casuale X nel campione;
- 2) stimare α e β con il metodo dei momenti;
- 3) stimare α e β con il metodo della massima verosimiglianza;

nel caso $\alpha = 0$:

- 4) determinare una statistica sufficiente, minimale e completa;
- 5) calcolare il limite inferiore di Cramer-Rao per uno stimatore di β ;
- 6) calcolare un UMVUE di β .

Esercizio 2

Siano X_1, \dots, X_n e Y_1, \dots, Y_m campioni casuali indipendenti rispettivamente dalle ditribuzioni $\mathcal{N}(\mu_1, \sigma^2)$ e $\mathcal{N}(\mu_2, \sigma^2)$, aventi quindi stessa varianza. Si denotino con \bar{X} e \bar{Y} le medie campionarie e con S_1^2 e S_2^2 le rispettive varianze campionarie.

- 1) Determinare la distribuzione di $\bar{X} - \bar{Y}$;
- 2) determinare la distribuzione di $\frac{(n-1)S_1^2 + (m-1)S_2^2}{\sigma^2}$;
- 3) determinare un intervallo di confidenza al 90 per cento per $\mu_1 - \mu_2$.

Per il recupero del primo esonero rispondere alle domande 1, 2 e 3 dell'esercizio 1 e alle domande 1 e 2 dell'esercizio 2

Per il recupero del secondo esonero rispondere alle domande 4, 5 e 6 dell'esercizio 1 e svolgere l'esercizio 2