

ST1 - I Esonero 11-4-2008
E. Scoppola

Esercizio 1

Sia X_1, \dots, X_n un campione casuale dalla distribuzione normale $\mathcal{N}(\mu, \sigma^2)$.

- 1) Determinare μ e σ tali che la media campionaria \bar{X} sia normale standard.
- 2) Determinare la distribuzione della varianza campionaria S^2
- 3) Determinare la distribuzione di $\frac{n\bar{X}^2}{S^2}$.

Esercizio 2

Si consideri la funzione:

$$f(x, \theta) = C e^{-x} \mathbf{1}_{[\theta, \infty)}(x)$$

con $\theta > 0$.

- 1) Calcolare la costante C tale che $f(x, \theta)$ sia una densità.
- 2) Si calcoli $E(X)$ e $var(X)$ per X variabile casuale con questa densità.

Si consideri un campione casuale di ampiezza n da questa densità.

- 3) Determinare lo stimatore di θ con il metodo dei momenti.
- 4) E' distorto? Calcolare il suo errore quadratico medio.
- 5) Determinare lo stimatore di θ di massima verosimiglianza.
- 6) E' distorto? Calcolare il suo errore quadratico medio.