

Università degli studi Roma Tre - Corso di Laurea in Matematica
Tutorato di ST1 - A.A. 2005/2006
Docente: Prof.ssa E. Scoppola - Tutore: Dott. Nazareno Maroni

Tutorato n.8 del 4/5/2006

Esercizio 1. Sia $f(x; \theta) = \left(\frac{\theta}{2}\right)^{|x|} (1 - \theta)^{1-|x|} \mathbb{1}_{\{-1,0,1\}}(x)$, $0 \leq \theta \leq 1$, la densità di X . Definite $t(x) = 2 \cdot \mathbb{1}_{\{1\}}(x)$.

- (a) X è una statistica sufficiente? È una statistica completa?
- (b) $|X|$ è una statistica sufficiente? È una statistica completa?
- (c) Qual è lo stimatore di massima verosimiglianza di θ ?
- (d) $T = t(X)$ è uno stimatore non distorto di θ ?
- (e) $f(x; \theta)$ appartiene a una classe esponenziale? $|X|$ è una statistica sufficiente minimale?

Esercizio 2. Sia X_1, \dots, X_n un campione casuale da $f(x; \theta) = \frac{1}{\theta} \mathbb{1}_{[0, \theta]}(x)$, dove $\theta > 0$.

- (a) Stimare θ con il metodo dei momenti, chiamate lo stimatore T_1 e trovate la sua media e il suo errore quadratico medio.
- (b) Trovate lo stimatore di massima verosimiglianza di θ , chiamate lo stimatore T_2 e trovate la sua media e il suo errore quadratico medio.

Esercizio 3. Siano X_1, \dots, X_n i.i.d. estratti da una popolazione X con funzione di densità $f_\theta(x) = \frac{1}{\theta^2} x e^{-\frac{x}{\theta}}$ con $x > 0$ e $\theta > 0$.

- (a) Valutare se la distribuzione appartiene alla famiglia esponenziale.
- (b) Trovare la statistica sufficiente.
- (c) Valutare se la media campionaria \bar{X} è uno stimatore corretto per θ . Altrimenti correggerlo.
- (d) Calcolare l'MSE dello stimatore corretto calcolato al punto precedente.
- (e) Calcolare lo stimatore di massima verosimiglianza di θ , vedere se è corretto. Trovare l'UMVUE.