

Università degli studi Roma Tre - Corso di Laurea in Matematica
Tutorato di ST1 - A.A. 2005/2006
Docente: Prof.ssa E. Scoppola - Tutore: Dott. Nazareno Maroni

Tutorato n.7 del 27/4/2006

Esercizio 1. Sia X_1, \dots, X_n un campione casuale da una qualche densità che ha media μ e varianza σ^2 .

- (a) Mostrate che $\sum_{i=1}^n a_i X_i$ è uno stimatore non distorto di μ per ogni insieme di costanti note a_1, \dots, a_n che soddisfano $\sum_{i=1}^n a_i = 1$.
- (b) Se $\sum_{i=1}^n a_i = 1$, mostrate che la $Var \left[\sum_{i=1}^n a_i X_i \right]$ è minima per $a_i = 1/n$, $i = 1, \dots, n$. [Suggerimento: dimostrate che $\sum_{i=1}^n a_i^2 = \sum_{i=1}^n (a_i - 1/n)^2 + 1/n$ quando $\sum_{i=1}^n a_i = 1$.]

Esercizio 2. Sia X una singola osservazione da $N(0, \theta)$. ($\theta = \sigma^2$).

- (a) X è una statistica sufficiente?
(b) $|X|$ è una statistica sufficiente?
(c) X^2 è uno stimatore non distorto di θ ?
(d) Qual è uno stimatore di massima verosimiglianza di $\sqrt{\theta}$?
(e) Qual è uno stimatore del metodo dei momenti di $\sqrt{\theta}$?
(f) Trovare il MSE dello stimatore di massima verosimiglianza di θ . È un UMVUE?

Esercizio 3. Il raggio di un cerchio viene misurato con un errore di misura che ha distribuzione $N(0, \sigma^2)$, con σ^2 incognita. Date n misure indipendenti del raggio, trovate uno stimatore non distorto dell'area del cerchio.