

Università degli studi Roma Tre - Corso di Laurea in Matematica  
Tutorato di ST1 - A.A. 2005/2006  
Docente: Prof.ssa E. Scoppola - Tutore: Dott. Nazareno Maroni

Tutorato n.6 del 20/4/2006

**Esercizio 1.** Siano  $X, Y$  due variabili casuali con densità congiunta

$$f_{X,Y}(x, y) = \frac{1}{2}xy\mathbb{1}_{(0,x)}(y)\mathbb{1}_{(0,2)}(x).$$

- (a) Trovare le distribuzioni marginali di  $X$  e  $Y$ ;
- (b)  $X$  e  $Y$  sono indipendenti?

**Esercizio 2.** Siano  $X, Y$  due variabili casuali con densità congiunta

$$f_{X,Y}(x, y) = 4xy\mathbb{1}_{(0,1)}(x)\mathbb{1}_{(0,1)}(y).$$

Trovare la densità congiunta di  $X^2$  e  $Y^2$ .

**Esercizio 3.** Sia  $X_1, X_2$  un campione casuale dalla densità

$$f(x) = \frac{1}{2}e^{-\frac{1}{2}x}\mathbb{1}_{(0,+\infty)}(x).$$

Si usino i risultati sulle distribuzioni  $F$  e chi-quadrato per trovare la distribuzione di  $\frac{X_1}{X_2}$ .

**Esercizio 4.** Siano  $X, Y$  due variabili casuali con densità congiunta

$$f_{X,Y}(x, y) = e^{-(x+y)}\mathbb{1}_{(0,+\infty)}(x)\mathbb{1}_{(0,+\infty)}(y).$$

- (a) Trovare le marginali di  $X$  e  $Y$ .
- (b) Trovare  $\mathbb{P}(1 < X + Y < 2)$ .
- (c) Trovare  $\mathbb{P}(X < Y | X < 2Y)$ .