

Università degli studi Roma Tre - Corso di Laurea in Matematica
Tutorato di ST1 - A.A. 2005/2006
Docente: Prof.ssa E. Scoppola - Tutore: Dott. Nazareno Maroni

Tutorato n.2 del 16/3/2006

Esercizio 1. Siano X e Y due variabili casuali discrete con la seguente funzione di densità:

$$f(x, y) = \frac{C}{(x + y - 1)(x + y)(x + y + 1)}, \quad x, y = 1, 2, 3, \dots$$

Trovare la distribuzione marginale di X e il valore della costante C .
(Suggerimento: scriversi $f(x, y)$ come differenza di due frazioni)

Esercizio 2. Sia $\Omega = \{\omega_1, \omega_2, \omega_3\}$, lo spazio degli eventi, siano $\mathbb{P}(\omega_1) = \mathbb{P}(\omega_2) = \mathbb{P}(\omega_3) = \frac{1}{3}$. Siano $X, Y, Z : \Omega \rightarrow \mathbb{R}$:

$$\begin{array}{lll} X(\omega_1) = 1 & X(\omega_2) = 2 & X(\omega_3) = 3 \\ Y(\omega_1) = 2 & Y(\omega_2) = 3 & Y(\omega_3) = 1 \\ Z(\omega_1) = 2 & Z(\omega_2) = 2 & Z(\omega_3) = 1 \end{array}$$

Trovare la densità di: $X, Y, W_1 = X + Y, W_2 = X \cdot Y, W_3 = \frac{X}{Y}$. Trovare le probabilità condizionate: $\mathbb{P}(Y = i | Z = j), \mathbb{P}(Z = i | Y = j)$.

Esercizio 3. Siano $X \sim Po(\lambda)$ e $Y \sim Po(\mu)$ due variabili casuali indipendenti. Mostrare che la variabile casuale $Z = X + Y \sim Po$ e trovarne il parametro. Far vedere che $W = X | Z$ è distribuita come una Binomiale, (calcolare $\mathbb{P}(X = k | Z = n)$).

Esercizio 4. Trovare la funzione generatrice dei momenti di $X \sim Gamma(\nu, \lambda)$. Siano X_1, X_2, \dots, X_n variabili casuali di tipo $Exp(\lambda)$ indipendenti, mostrare che $S = X_1 + X_2 + \dots + X_n \sim Gamma(n, \lambda)$.