

ST1 - II Esonero 8-6-2007

E. Scoppola

Esercizio 1

Sia X_1, \dots, X_n un campione casuale dalla distribuzione esponenziale di parametro $\theta > 0$.

- 1) Si calcoli il limite inferiore di Cramer-Rao per stimatori non distorti di θ e di $\frac{1}{\theta}$.
- 2) Determinare una statistica sufficiente minimale completa.
- 3) Determinare un UMVUE di θ e di $\frac{1}{\theta}$.
- 4) Confrontare la varianza degli UMVUE trovati con il limite inferiore di Cramer-Rao calcolato al punto 1).
- 5) Determinare un intervallo di confidenza al 90 per cento per θ .
- 6) Determinare il test piú potente di ampiezza $\alpha = 0.1$ per $H_0 : \theta = 1$ contro $H_1 : \theta = 2$.
- 7) Determinare il test di rapporto di verosimiglianza generalizzato di ampiezza α per $H_0 : \theta \leq \theta_0$ contro $H_1 : \theta > \theta_0$.

Esercizio 2

Sia X_1, \dots, X_n un campione casuale dalla distribuzione uniforme sull'intervallo $(0, \theta)$. Sia $Y_{(1)} := \min\{X_1, \dots, X_n\}$ e $Y_{(n)} := \max\{X_1, \dots, X_n\}$ e sia $a > 1$.

- 1) Dimostra che $(aY_{(1)}, aY_{(n)})$ é un intervallo di confidenza per θ .
- 2) Determinare a tale che il livello di confidenza di questo intervallo sia massimo.