

# ESERCIZI DI STATISTICA

## Verifica di ipotesi.

A cura di Nazareno Maroni

**Esercizio 1.** Siano  $Y_1, \dots, Y_n \sim N(\mu, 5)$ . Sia  $n = 20$ , vogliamo testare il seguente sistema di ipotesi:

$$\begin{cases} \mathbb{H}_0 : \mu_0 = 7 \\ \mathbb{H}_1 : \mu_1 > 7 \end{cases}$$

a) Trovare il test uniformemente più potente di livello 0,05.

b) Per il test ricavato in a) calcolare la funzione di potenza in  $\mu = 7,5$ ,  $\mu = 8$ ,  $\mu = 8,5$ ,  $\mu = 9$ .

**Esercizio 2.** Siano  $X_1, \dots, X_n \sim N(\mu, 25)$ . Si vuole testare il seguente sistema di ipotesi:

$$\begin{cases} \mathbb{H}_0 : \mu_0 = 10 \\ \mathbb{H}_1 : \mu_1 = 5 \end{cases}$$

Trovare l'ampiezza  $n$  per cui il test più potente ha  $\alpha = \beta = 0,025$ , dove  $\alpha$  e  $\beta$  sono, rispettivamente gli errori di I e II specie.

**Esercizio 3.** Siano  $X_1, \dots, X_n \sim N(\mu, \sigma^2)$ ,  $\mu$  nota. Si vuole testare il seguente sistema di ipotesi:

$$\begin{cases} \mathbb{H}_0 : \sigma^2 = \sigma_0^2 \\ \mathbb{H}_1 : \sigma^2 = \sigma_1^2 \end{cases}$$

Trovare il test più potente di livello  $\alpha = 0,05$ , sapendo che  $\sigma_1^2 > \sigma_0^2$ .

**Esercizio 4.** Siano  $X_1, \dots, X_n \sim Po(\lambda)$ . Si vuole testare il seguente sistema di ipotesi:

$$\begin{cases} \mathbb{H}_0 : \lambda \leq \lambda_0 \\ \mathbb{H}_1 : \lambda > \lambda_0 \end{cases}$$

Trovare il test uniformemente più potente di ampiezza  $\alpha = 0,05$ .

**Esercizio 5.** Siano  $X_1, \dots, X_n \sim f(x, \theta) = (\theta + 2)x^{\theta+1}$ ,  $0 < x < 1$ ,  $\theta > -2$ . Si vuole testare il seguente sistema di ipotesi:

$$\begin{cases} \mathbb{H}_0 : \theta \leq \theta_0 \\ \mathbb{H}_1 : \theta > \theta_0 \end{cases}$$

Trovare il test uniformemente più potente di ampiezza  $\alpha$ .