

SINTESI

Nel presente lavoro di tesi, abbiamo voluto approfondire un preciso ramo della matematica: la trigonometria. Il titolo stesso, “la trigonometria nella storia e nella scuola”, rivela la struttura di tale lavoro. Nella prima parte, infatti, si ripercorrono le tappe più salienti dell’evoluzione della trigonometria, riservando un posto a parte fra le applicazioni, all’astronomia, per il ruolo che vi ha svolto attraverso i secoli, il calcolo trigonometrico. Quest’ultimo infatti, soprattutto nell’antichità, era parte integrante dell’astronomia, tanto che ovunque gli astronomi sono stati anche, almeno fino al IV secolo, cultori delle scienze trigonometriche: lo stesso *Copernico*, nel suo *De revolutionibus*, l’opera astronomica più importante di tutti i tempi, inserì ben tre capitoli dedicati alla trigonometria.

Questo indissolubile connubio, oltre al fatto evidente che l’astronomia tratta dei rapporti fra linee e angoli e delle loro misure, può forse anche essere spiegato dal punto di vista delle scienze fisiche: la natura stessa di fenomeni celesti come l’orbita dei pianeti, le maree o le fasi della luna è sostanzialmente ciclica e ben si presta ad essere descritta da funzioni periodiche come quelle che sono patrimonio della trigonometria.

Singolarmente collocata in posizione intermedia fra la matematica pura e quella applicata, la sua ricca storia mostra in che modo scienze fra le più disparate, come la geografia, la teoria dei suoni musicali, e pressoché ogni settore della fisica e della tecnica, abbiano sfruttato la potenza e la flessibilità dei metodi trigonometrici.

Nella seconda parte abbiamo analizzato il problema del perché spesso la trigonometria viene vista dagli studenti delle scuole superiori come una materia arida e noiosa, una forma di geometria complicata da innumerevoli formule e complesse equazioni di dubbia utilità. Questo giudizio dipende forse anche dal modo in cui è normalmente insegnata nelle scuole, dove viene esposta senza un approccio storico e una prospettiva applicativa che possa fornire agli studenti ulteriori motivazioni per lo studio, rendendone evidente fascino e utilità. Fortunatamente la nostra esperienza è stata del tutto dissimile. Abbiamo portato le nostre idee ad alcuni dei ragazzi di una quarta liceo scientifico, sottoponendo loro ad un ciclo di quattro lezioni, in cui gli abbiamo dato i primi importanti cenni storici per poi trasportarli nei più profondi concetti matematici come quello delle trasformazioni del piano, accennando anche al concetto di gruppo. Attraverso alcune importantissime schede di lavoro, abbiamo potuto verificare come queste brevi lezioni fossero servite agli studenti per percepire con maggiore consapevolezza quale fosse l'efficacia e l'utilità dello strumento trigonometrico.

Se intendiamo per trigonometria la scienza analitica che oggi si insegna sotto questo nome, di cui parliamo nel secondo capitolo della nostra tesi, possiamo propriamente collocare la sua origine nel XVI secolo, in coincidenza con lo sviluppo di un soddisfacente simbolismo algebrico. Se intendiamo per essa quel complesso di supporti geometrici all'astronomia in cui vengono utilizzati soprattutto gli aspetti "operativi" di quelle che oggi definiamo funzioni di un angolo, possiamo far risalire la sua nascita ai lavori di Ipparco (140 a.C.),

benché vi siano tracce più antiche del suo uso. Se vogliamo invece ampliare ancora l'accezione del termine fino a significare letteralmente "misura del triangolo", allora le sue origini si confondono quasi con quelle stesse della matematica e quindi la sua nascita dovrebbe essere collocata molto prima, intorno al secondo o terzo millennio prima di Cristo.

Alla luce di quanto premesso, questo lavoro non vuole definire le funzioni circolari mostrando i loro grafici, né essere un compendio delle varie formule trigonometriche, di cui abbiamo visto sempre nel secondo capitolo di questa tesi, i libri di testo ne danno ampia spiegazione, ma si propone di presentare alcune di queste nozioni nella loro dimensione storica, ripercorrendo le scoperte, i successi e le esigenze applicative di popoli vissuti molti secoli fa e riportarle in un'attuale quarta liceo, per sortire gli stessi effetti e la stessa curiosità che hanno condotto allo sviluppo attuale questa essenziale branca della matematica.

Il lavoro è per tanto così ripartito:

Nel primo capitolo, dopo una breve esposizione della proto-trigonometria egiziana e babilonese, si passano in rassegna i contributi greci, indiani e arabi, tralasciando gli apporti di altri popoli, che ci sembrano meno significativi, per poi volgere lo sguardo all'Europa dove, soprattutto intorno al XVI secolo, si era sviluppata la trigonometria nel senso moderno. Nel descrivere l'evoluzione dei procedimenti della trigonometria nelle diverse epoche, abbiamo seguito un percorso che ci ha portato a dimostrarne, utilizzando le metodiche del tempo i teoremi fondamentali.

Abbiamo cercato di esporre le dimostrazioni nel modo più comprensibile, esplicitando i passaggi formali e corredandole spesso di immagini e figure.

Il *Secondo capitolo* è dedicato all'analisi di alcuni tra i più adottati libri di testo nei nostri istituti superiori dal 1960 ad oggi. Grazie ad un'accurata ricerca di alcuni libri di testo, risalenti anche a prima del 1960 abbiamo potuto osservare come tali libri e anche gli attuali programmi ministeriali siano molto più vicini alla descrizione arida e noiosa a cui ci riferivamo prima piuttosto che alla nostra visione di trigonometria. Questi libri sono strutturati tutti allo stesso modo, anche i più moderni purtroppo, limitano lo studente occludendo ogni possibilità di ragionamento e di stimolo psicologico che lo rende indipendente dai testi, almeno in parte. Da questa analisi è quindi sopraggiunta l'idea di portare sul campo il nostro metodo "rivoluzionario".

Nel *Terzo capitolo* infatti riportiamo dettagliatamente le lezioni svolte in classe, con gli obiettivi, gli appunti a cui ci siamo attenuti e le schede di lavoro che i ragazzi hanno svolto con entusiasmo. Ovviamente abbiamo tenuto conto anche di quelle che erano le loro conoscenze base, che per questioni di tempo non siamo riusciti ad ampliare più di tanto, ma siamo comunque riusciti a rendere la matematica un nuovo terreno da esplorare, dandogli le basi storiche e tecniche per poter stimolare e ritrovare il loro amore per la matematica.

Il nostro lavoro di tesi si chiude con un capitolo dedicato alle Conclusioni, in cui riportiamo i dovuti ringraziamenti alle persone, seppur poche, che ancora credono che la didattica sia un indirizzo fondamentale nelle nostre università, apportando un aiuto considerevole sotto il punto di vista didattico e organizzativo.

In questa ultima parte entriamo anche nel dettaglio per quanto riguarda le modalità e i tempi in cui abbiamo fatto le nostre lezioni e infine, si tracciano le conclusioni, o chissà, le basi per una nuova didattica.

La nostra tesi si conclude con queste brevi precisazioni sulle lezioni tenute, riportando anche i risultati dei test finali consegnati ai ragazzi alla fine dei nostri incontri, e ringraziamenti dovuti ai docenti che con entusiasmo hanno collaborato alla realizzazione di questo progetto.

Il lavoro è stato svolto, come detto pocanzi, grazie all'impegno di molti docenti, in primis, il Professor Andrea Bruno, che pur essendo un illustre ricercatore di Geometria ha creduto in quest'idea inizialmente molto confusa e apparentemente molto difficile da realizzare. Dandomi la sua fiducia, ha messo a disposizione, la sua professionalità e la sua esperienza didattica, addirittura tenendo l'ultima lezione di persona. Dai questionari finali che hanno compilato i ragazzi, i cui dati riporteremo in seguito sotto forma di percentuale, è emerso l'incontro più divertente e allo stesso tempo il più ricco di contenuti interessanti, catturando la loro attenzione e facendo esempi quotidiani è riuscito a definirgli il concetto di gruppo. Questa non è una definizione facile da immaginare per gli studenti, che a questo punto della loro carriera scolastica hanno ancora una visione concreta della matematica e poco riescono a lavorare con concetti astratti. Ma sono stati attratti dal suo modo così "speciale" di parlare e di insegnare. Senza di lui questa tesi non sarebbe mai stata realizzata, ma a collaborare in maniera forte, sono stati anche altri docenti. Voglio ringraziare la Professoressa Daniela Valenti, insegnante di matematica al liceo

Morgagni di Monteverde, Roma, che mi ha dato la possibilità di incontrarla, parlarle di quello che all'epoca era soltanto un cumulo di idee confuse per poi vederle prendere vita, idea dopo idea . Abbiamo fatto subito una scaletta delle lezioni, con la sua esperienza, mi ha consigliata sul metodo di approccio e sul materiale da adoperare. Oltre all'aspetto pratico, quest'incontro è stato un supporto e un esempio, ho capito subito che riusciva a trasmettere il suo amore per l'insegnamento e per la matematica anche solo proponendo un esercizio e non appena ho potuto ho cercato di mettere in pratica tutto questo con i "miei" ragazzi. I ringraziamenti sono doverosi anche per il Professor Isidori, docente di matematica al liceo scientifico G. Peano di Monterotondo. Lui si è occupato di tutta la parte organizzativa e del rapporto con il preside e gli studenti, ha fatto un'accurata selezione delle persone che potevano essere più interessate e mi è stato vicino ogni lezione con i suoi consigli e con la sua esperienza.

A questo punto riportiamo il questionario finale dato ai ragazzi con le relative risposte analizzate in percentuale. Ricordiamo che Le quattro lezioni sono state tenute in una classe di ventotto alunni di quarta liceo scientifico, G. Peano di Monterotondo, in provincia di roma dal 11 Aprile al 20 Maggio c.a.

1. Cosa pensavi prima di queste lezioni della Trigonometria?

Che fosse una materia:

- | | |
|---|-----|
| a)Arida e noiosa, piena di formule da ricordare a memoria | 82% |
| b)Che non avesse nulla a che fare con la matematica | 12% |

- | | |
|---|-----|
| c)Che fosse interessante e importante per i tuoi studi | 6% |
| 2. Ora la tua opinione è cambiata? | |
| a)Si, ora ho visto un aspetto diverso | 52% |
| b)No, la penso come prima | 2% |
| c)Per alcuni aspetti si, altri no | 46% |
| 3. Cambieresti il modo in cui ti viene insegnata questa materia? | |
| a)Si, perché così è troppo pesante | 78% |
| b)No, penso che questo sia l'unico metodo | 0% |
| c)Non vorrei proprio studiarla | 22% |
| 4. Pensi che i tuoi libri di testo siano scritti in maniera interessante? | |
| a) Si , danno il materiale che serve per gli esercizi | 14% |
| b) No, vorrei che lasciasse più spazio al ragionamento | 61% |
| c) Non so perché non mi appoggio molto al libro | 25% |
| 5. Pensi che parte della colpa dipenda da come ti viene insegnata? | |
| a) No, mi viene spiegata benissimo | 5% |
| b) Si, perché i professori si appoggiano troppo ai libri | 60% |
| c) A volte si, a volte no | 35% |

6. Di queste quattro lezioni cosa ti è piaciuto?

- | | |
|--|-----|
| a) i concetti sono stati esposti in maniera chiara
ma poco stimolante | 10% |
| b) ho imparato a ricavare le nozioni con il mio ragionamento | 90% |
| c) Poco o niente | 0% |

7. Quale delle quattro è stata più interessante? E perché?

- | | |
|--|-----|
| a) la prima perché la storia mi ha sempre affascinato | 21% |
| b) la seconda e la terza perché mi saranno utili in futuro | 28% |
| c) la quarta, perché divertente ed interessante | 51% |

8. Il materiale che ti è stato dato e le schede di lavoro ti sono sembrate utili?

- | | |
|---|-----|
| a) Sì, mi hanno aiutato a ragionare in maniera semplice | 90% |
| b) No, preferisco basarmi sulle formule | 0% |
| c) Sì, ma potevo anche farne a meno | 10% |

9. I docenti che hanno tenuto le lezioni ti sono sembrati adeguati?

- | | |
|--|------|
| a) Si erano preparati e allo stesso tempo sapevano
catturare la nostra attenzione | 100% |
| b) No, sono stati pesanti e noiosi | 0% |
| c) Alcune volte sì altre no | 0% |

10. Su quali argomenti vorresti che fosse ripetuta questa esperienza?

Il 20% dei ragazzi vorrebbe approfondire il concetto di funzione, forse in prospettiva degli esami di maturità, invece il restante 80% vorrebbe approfondire il concetto di Gruppo che ha trovato la parte più interessante.

Concluderemo questa breve introduzione con la frase che più rappresenta lo spirito con cui è stato affrontato il nostro lavoro:

La luce delle stelle che si sono estinte nelle ere passate arriva ancora sino a noi. Così avviene per i grandi uomini che, morti da secoli, ci raggiungono ancora con i raggi luminosi della loro sapienza. Gibran Kahlil