

Tutorato di AM120

A.A. 2013-2014 - Docente: Prof. G.Mancini

Tutore: Matteo Bruno ed Emanuele Padulano

Tutorato 5 - 21 Marzo 2014

1. Svolgere i seguenti limiti mediante gli sviluppi di Taylor:

- (a) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{-x} + \ln\left(\frac{x+1}{e}\right)}{2(\cosh(x) - 1) \sinh(x)}$
- (b) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{4 \left[\cos(2x) + \sin^2\left(\frac{2x}{\sqrt{2}}\right) - 1 \right]}{x(e^{2x} - \cosh(2x) - 2x)}$
- (c) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(6 \cosh(\sqrt{x}) - 6 \cos(\sqrt{x})) \tan(x^3)}{15 \sin^2(x) - 15 \arcsin^2(x)}$
- (d) $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\arctan(\sin(x)) - x \cos(x)}{x^{6-|\alpha|} \arctan(\cos(x))}, \quad \alpha \in \mathbb{R}$
- (e) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{e^{\frac{2}{x^3}} - 1}{\sin\left(\frac{1}{x}\right) - \frac{1}{x}} \left[\ln\left(1 + \frac{1}{4x}\right) \right]^x$
- (f) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(\ln(2x+1)) - e^{2x} + 1}{\tan(x^2)}$

2. Calcolare la serie di McLaurin delle seguenti funzioni:

- (a) $\ln\left(\sqrt{\frac{1+x}{1-x}}\right)$ (b) $\frac{x - \sin(x)}{x^2}$

Sfruttare i risultati ottenuti per calcolare $\sin(2)$ e $\ln(3)$ con un errore inferiore a 10^{-2} .

3. Determinare il raggio di convergenza delle seguenti serie di potenze e discuterne il comportamento sul bordo dell'intervallo di convergenza :

- (a) $\sum_{n \geq 1} (\sqrt[n]{n} - 1)^n x^n$ (f) $\sum_{n \geq 1} \frac{x^n}{n^\alpha}, \alpha \in \mathbb{R}^+$ (k) $\sum_{n \geq 1} \frac{x^n}{n^2}$
- (b) $\sum_{n \geq 1} \frac{x^n}{n!}$ (g) $\sum_{n \geq 1} n^{\sqrt{n}} x^n$ (l) $\sum_{n \geq 1} \left(\frac{1}{\sqrt{n}} + \frac{(-1)^n}{n} \right) x^n$
- (c) $\sum_{n \geq 1} \frac{n+1}{n+2} \frac{x^{3n}}{3^n}$ (h) $\sum_{n \geq 1} \frac{x^n}{\ln(n+1)}$ (m) $\sum_{n \geq 1} (2^n + 3^n) x^n$
- (d) $\sum_{n \geq 1} x^{n!}$ (i) $\sum_{n \geq 1} [\ln(\ln(3n))] x^n$ (n) $\sum_{n \geq 0} \frac{x^n}{2^n(n^2+2)}$
- (e) $\sum_{n \geq 1} n! x^n$ (j) $\sum_{n \geq 2} \frac{n + \sqrt{n}}{2n^2 - 2} x^n$ (o) $\sum_{n \geq 1} \frac{(x-1)^n}{\beta - \sqrt{n}}, \beta > 0$

4. Disegnare i grafici delle seguenti funzioni:

(a) $f_1(x) = e^{e^x}$

(c) $f_3(x) = 2 \ln |\ln(x+2)| + \ln(2+x)$

(b) $f_2(x) = (x-1)\sqrt[3]{2-x}$

(d) $f_4(x) = \frac{\ln^3|x|}{x|x|}$