Universitá degli Studi Roma Tre - Corso di Laurea in Matematica

Tutorato di AM220

A.A. 2012-2013 - Docente: Prof. U.Bessi
Tutori: Emanuele Padulano e Francesco Mazzarani

Tutorato 3 - 18 Marzo 2013

1. Calcolare l'area della regione piana A compresa tra le curve di equazione $y = x^2$ e $y = x^4$, con $x \in [0, 1]$.

2. Calcolare l'area della regione piana B compresa tra le curve di equazione $y = x^2$, $y = -x^2$,$x = y^3$ e $x = -y^3$.

3. Per $h \in (0, 1)$, calcolare il volume V della calotta sferica
$$C = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x^2 + y^2 + z^2 \le r^2, z \ge h\}.$$

4. Dimostrare la Formula di Dirichlet
$$\int_a^b dx \int_a^x f(x, y)dy = \int_a^b dy \int_y^b f(x, y)dx \ ,$$
dove $f(x, y)$ é una funzione uniformemente continua in $[a, b] \times [a, b]$.

5. Calcolare
$$\iint_D xydxdy,$$
dove $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : (x - 1)^2 + y^2 \le 1, y > 0\}$.

6. Calcolare
$$\iint_E \frac{x}{y + 1}dxdy,$$
dove $E = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : 0 \le x \le 1, x^2 \le y \le x\}$.
Calcolare l'integrale in due maniere differenti: come dominio normale rispetto alle x e alle y.

7. Sia
$$S_n = \{(x_1, ..., x_n) : x_1, ..., x_n \ge 0, x_1 + ... + x_n \le 1\}.$$
Dimostrare che $Vol(S_n) = \frac{1}{n} Vol(S_{n-1})$ affettando orizzontalmente l' insieme (cioé $x_n =$ cost). Calcolare poi $Vol(S_n)$.
(**N.B.** Dare per buono che $Vol(tS_n) = t^n Vol(S_n)$)