

Università degli Studi Roma Tre a.a 2012/2013

AM 210 - Analisi Matematica 3

Tutorato 9 del 14 Dicembre 2012

Tutori: Andrea Gullotto e Emanuele Padulano

**Esercizio 1.** Risolvere i seguenti problemi di Cauchy al variare del dato iniziale, determinando anche l'intervallo massimale di esistenza:

$$1. \begin{cases} \dot{y}(x) = e^{y(x)} \\ y(0) = y_0 \end{cases}$$

$$3. \begin{cases} \dot{y}(x) = y(x) - \cos(x) \\ y(0) = y_0 \end{cases}$$

$$2. \begin{cases} \dot{y}(x) = |y(x)| \\ y(0) = y_0 \end{cases}$$

$$4. \begin{cases} \dot{y}(x) = \cos^2(y(x)) \sin^2(x) \\ y(0) = y_0 \end{cases}$$

**Esercizio 2.** Determinare i punti di equilibrio del seguente problemi di Cauchy, discuterne al variare del dato iniziale  $x_0$  l'unicità locale e globale e, in caso di unicità, determinare l'intervallo massimale di esistenza:

$$\begin{cases} \dot{y}(x) = e^{y^2(x)} \\ y(0) = y_0 \end{cases}$$

**Esercizio 3.** Trovare l'integrale generale delle seguenti equazioni differenziali:

$$1. \quad \overset{\cdot\cdot\cdot}{y}(x) - 4y(x) = 0$$

$$4. \quad \overset{\cdot\cdot\cdot}{y}(x) - 2\overset{\cdot\cdot}{y}(x) - 4\overset{\cdot}{y}(x) + 8y(x) = 4x$$

$$2. \quad \overset{\cdot\cdot\cdot}{y}(x) - 2\overset{\cdot\cdot}{y}(x) + \overset{\cdot\cdot}{y}(x) - \overset{\cdot}{y}(x) + 2\overset{\cdot}{y}(x) - y(x) = 0$$

$$5. \quad \overset{\cdot\cdot\cdot}{y}(x) - 5\overset{\cdot\cdot}{y}(x) + 10\overset{\cdot\cdot}{y}(x) - 10\overset{\cdot}{y}(x) + 5\overset{\cdot}{y}(x) - y(x) = e^x$$

$$3. \quad \overset{\cdot\cdot}{y}(x) - 2\overset{\cdot}{y}(x) - 3y(x) = e^{2x}$$

$$6. \quad \overset{\cdot\cdot\cdot\cdot}{y}(x) + y(x) = \sinh(x)$$

**Esercizio 4.** Risolvere i seguenti problemi di Cauchy:

$$1. \begin{cases} \overset{\cdot\cdot}{y}(x) - \overset{\cdot}{y}(x) = 0 \\ \overset{\cdot\cdot}{y}(0) = 2 \\ \overset{\cdot}{y}(0) = 0 \\ y(0) = 3 \end{cases}$$

$$3. \begin{cases} \overset{\cdot\cdot}{y}(x) + 4y(x) = \sin x \\ \overset{\cdot}{y}(0) = -\frac{2}{3} \\ y(0) = \frac{3}{2} \end{cases}$$

$$2. \begin{cases} \overset{\cdot\cdot\cdot}{y}(x) + 2\overset{\cdot\cdot}{y}(x) + y(x) = 0 \\ \overset{\cdot\cdot}{y}(0) = 1 \\ \overset{\cdot\cdot}{y}(0) = 1 \\ \overset{\cdot}{y}(0) = 1 \\ y(0) = 1 \end{cases}$$

$$4. \begin{cases} \overset{\cdot\cdot}{y}(x) - 3\overset{\cdot\cdot}{y}(x) + 3y(x) - y(x) = e^x \\ \overset{\cdot\cdot}{y}(0) = 1 \\ \overset{\cdot}{y}(0) = 3 \\ y(0) = 2 \end{cases}$$