

Università degli Studi Roma Tre a.a 2012/2013

AM 210 - Analisi Matematica 3

Tutorato 6 del 23 Novembre 2012

Tutori: Andrea Gullotto e Emanuele Padulano

Esercizio 1. Sviluppare le seguenti funzioni (estese per periodicità al di fuori dell'intervallo $[-\pi, \pi]$) in serie di Fourier:

1. $f_1(x) = |x|$

3. $f_3(x) = (\pi - |x|)^2$

5. $f_5(x) = x^3$

2. $f_2(x) = e^x$

4. $f_4(x) = \sin(x) \cos(x)$

6. $f_6(x) = \sin^2(x)$

Esercizio 2. Sviluppare in serie di Fourier la funzione $f(x) := x^2$ (estesa per periodicità al di fuori dell'intervallo $[-\pi, \pi]$), e dedurre che

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2} = \frac{\pi^2}{6}, \quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n^2} = -\frac{\pi^2}{12}$$

Esercizio 3. Sviluppare in serie di Fourier la funzione $f(x) := \max\{\sin(x), 0\}$ (estesa per periodicità al di fuori dell'intervallo $[-\pi, \pi]$), e dedurre che

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{4n^2 - 1} = \frac{1}{2}, \quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{4n^2 - 1} = \frac{2 - \pi}{4}$$

Esercizio 4. Calcolare, sfruttando anche gli esercizi precedenti, la serie:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^4}$$