Universitá degli Studi Roma Tre - Corso di Laurea in Matematica

Tutorato di AM110

18 Ottobre 2011

A.A. 2011-2012 - Docente: Prof. Ugo Bessi

Tutore: Filippo M. Bonci

TUTORATO 4

Il 18 Ottobre 1991 l'Azerbaijan dichiara l'indipendenza dall'Unione Sovietica

1. Dimostrare che, per ogni $x \in \mathbb{R}$, la serie:

$$\sum_{n=0}^{+\infty}(-1)^n \frac{x^{2n+1}}{(2n+1)!}$$

   converge assolutamente.

   Suggerimento: usare il criterio del rapporto.

2. Verificare che la seguente serie:

$$\sum_{n=1}^{+\infty} log\left(\frac{n+1}{n}\right)$$

   é divergente.

   Suggerimento: é una serie telescopica.

3. Studiare il carattere delle seguenti serie:

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{2^n}{n} \quad \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{\alpha}{2^n} \quad \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{\alpha^2+1}{4^n}$$
$$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{n!}{3^n} \quad \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{3^n}{\alpha!} \quad \sum_{n=1}^{+\infty} \left(\frac{log(\alpha)}{\alpha}\right)^n$$

   dove $\alpha \in \mathbb{R}$

4. Dopo aver dimostrato che:

$$\frac{n^3}{n!} = \frac{1}{(n-1)!} + \frac{3}{(n-2)!} + \frac{1}{(n-3)!}$$

   usare questo risultato per calcolare la somma della seguente serie:

$$\sum_{n=0}^{+\infty} \frac{n^3}{n!}$$

5. Dopo aver determinato per quali $x \in \mathbb{R}$ la seguente serie converge:

$$\sum_{n=1}^{+\infty}(7^n + 8^n)x^n$$

   per tali x calcolarne la somma