

Tutorato di Statistica 1 del 04/03/2010
Docente: Prof.ssa Enza Orlandi
Tutore: Dott.ssa Barbara De Cicco

Esercizio 1.

Sia $\{X_i\}_{i=1}^n$ una successione di v.a. con funzione di densità:

$$f_X(x, \theta) = \frac{3x^2}{\theta^3} 1_{[0, \theta]}(x)$$

Sia $Y_n = \max\{X_1, \dots, X_n\}$, dimostrare che Y_n ha densità:

$$f_{Y_n}(y, \theta) = \frac{3ny^{3n-1}}{\theta^{3n}} 1_{[0, \theta]}(y)$$

Esercizio 2.

Supponete che due variabili casuali X e Y abbiano una funzione di densità di probabilità congiunta:

$$f_{X,Y}(x, y) = \frac{1}{2}xy 1_{(0,x)}(y) 1_{(0,2)}(x)$$

1. Trovate le distribuzioni marginali di X e Y .
2. X e Y sono indipendenti?

Esercizio 3.

Sia $f_X(x) = 2xe^{-x^2} 1_{(0,+\infty)}(x)$

Trovare la densità di $Y = X^2$.

Esercizio 4.

Siano X_1 e X_2 variabili casuali indipendenti, ognuna avente distribuzione normale con parametri $\mu = 0$ e $\sigma^2 = 1$. Trovate la distribuzione congiunta di $Y_1 = X_1^2 + X_2^2$ e $Y_2 = X_1/X_2$. Trovate la distribuzione marginale di Y_1 e Y_2 . Y_1 e Y_2 sono indipendenti?

Esercizio 5.

Sia data una circonferenza di raggio R con centro l'origine degli assi cartesiani. Si scelga un punto a caso nel cerchio, dunque $P(x,y)$. Calcolare la funzione di densità $f(x, y)$, la marginale $f_X(x)$. Sia inoltre $D = \sqrt{x^2 + y^2}$. Calcolare $E(D)$.